ZEITSCHRIFT
FÜR
PHYSIK UND MATHEMATIK.

I.
Neue Analyse des verwunschenen Burggrafen von Ellenbogen;

vom

Med. Dr. Ritter von *Holger.*

Es wurde mir ein Stück gediegen Eisen zur Bestimmung des Nickelgehaltes mit der Versicherung übergeben, daſs es ein Theil der, früher unter dem Namen des verwunschenen Burggrafen zu Ellenbogen in Böhmen verwahrten, Masse sey, welche nun allgemein als Meteoreisenmasse anerkannt wird. Ich unternahm die Untersuchung mit Vergnügen, in der Hoffnung, auſser dem bereits bekannten Eisen- und Nickelgehalt noch mehrere Bestandtheile aufzufinden, da es mir nie glaublich war, daſs nur diese beiden Metalle das Vorrecht haben sollten, uns aus der Luft zugesandt zu werden. Wenigstens haben wir keinen Grund, Massen für so einfach zu halten, die mit den vielfach zusammengesetzten eigentlichen Meteorsteinen ähnlichen Ursprungs sind. *Chladni* in seinem Werke über Feuermeteore, S. 319, spricht schon die Vermuthung aus, es dürften noch mehrere Metalle in Meteorsteinen aufzufinden seyn. *Jahn* (Handwörterbuch der Chemie, dritter Band, S. 57) fand in dem olivinhältigen Meteoreisen 1 — 2 Procent Kobalt, und erwartet diesen auch in dem derben. Als ich diese Vermuthungen durch meine Analyse bestätiget fand, und

aufser Eisen und Nickel auch Chrom, Mangan und Kobalt nachweisen konnte, schien es mir auch interessant genug, meine Untersuchung allgemein bekannt zu machen. Denn es dürfte wohl nichts unentbehrlicher seyn, um uns zur klaren Einsicht in die Natur und Entstehung dieser sonderbaren Körper zu leiten, als viele und genaue Analysen. Durch sie wird uns das Material zu unseren Schlüssen gegeben, und wenn gleich viele bekanntere Meteoreisenmassen schon untersucht sind, so waren doch die früheren Untersuchungen gröfstentheils nur auf die Nachweisung des Nickels gerichtet, weil man damit genug gefunden hatte, um den meteorischen Ursprung der Masse aufser Zweifel zu setzen; und ganz ohne Schuld, unvollständig. Die vermehrte Zahl der Reagentien in der neueren Zeit, schärfer bestimmte Regeln für den Gebrauch derselben, lassen auch durch die Anwendung der chemischen Analytik jetzt reichere Ausbeute hoffen, als vordem. Indefs dürfte nicht allein ein Auffinden neuer Bestandtheile wichtig seyn, sondern eine möglichst genaue Bestimmung der Mengen der bereits bekannten auch ein eigenes Interesse haben. Die vorhandenen Analysen sind in dieser Rücksicht wenig übereinstimmend, genauere Untersuchungen dürften vielleicht die Aussicht auf ein bestimmtes Verhältnifs zwischen den wesentlichen Bestandtheilen (die wieder nur durch viele Analysen ausgemittelt werden können) eröffnen, wornach dann diese Körper nicht mehr durch Zufall zusammengeworfene Aggregate wären, sondern die in einem bestimmten Verhältnisse vorhandenen Bestandtheile auch als nach bestimmten unwandelbaren Gesetzen gebildet erscheinen würden. Bisher ist für diesen Zweck noch nichts gethan, auch die folgende Analyse leistet in dieser Hinsicht nicht mehr, als dafs sie zwei electro-negative Metalle, Chrom und Mangan,

mit drei electro-positiven, Eisen, Nickel und Kobalt zugleich vorhanden nachweiset. Die groſse Menge des Eisens scheint in keinem Verhältnisse mit den andern Metallen zu stehen, auch kann durch Eine Analyse allein keines derselben als wesentlich oder zufällig vorhanden bestimmt werden.

Ich verfuhr bei der Untersuchung des mir übergebenen Stückes nach derselben Methode, die ich bei der Analyse des zum Wiener Pakfang verwendeten Nickels (Bd. III., S. 19 dieser Zeitschrift) anwendete. — Das Meteoreisen wurde in Salpetersäure durch Kochen aufgelöset. Es lieſs keinen Rückstand; die Auflösung war vollkommen rothbraun, wurde aber beim Erkalten, wiewohl ich gewiſs war, daſs sich alles Eisen darin in dem Zustande des Peroxydes befand, immer grünlich, und dieser Farbenwechsel fand bei jeder neuen Erhitzung wieder Statt. Als ich mich überzeugt hatte, daſs keine durch Schwefelperhydrid fällbaren Metalle vorhanden wären, wurde die freie Säure durch Kali gebunden, und alles Eisen durch benzoesaures Kali abgeschieden, das benzoesaure Eisenoxyd gut ausgesüſst und getrocknet. Die rückständige, etwas ins Grüne spielende, Flüssigkeit wurde mit Ammoniak versetzt, sie färbte sich blau, und es entstand ein weiſser Niederschlag, welcher abgesondert ausgesüſst und getrocknet wurde. —

Aus der blauen Flüssigkeit wurde durch Ätzkalilösung das Nickeloxyd gefällt, und als der Rückstand durch seine rosenrothe Farbe das Vorhandenseyn des Kobalts deutlich zeigte, wurde er mit karbonsaurem Kali versetzt, und, um den Ammoniak auszutreiben, gekocht, wobei sich karbonsaurer Kobalt abschied, der ebenfalls gewaschen und getrocknet wurde.

Das benzoesaure Eisenoxyd wurde in einem Tiegel geglüht; weil aber hiebei nie reines Peroxyd, sondern

ein veränderliches Gemenge von Oxyd und Oxydul im Rückstande bleibt, welches sich nicht berechnen läſst, so wurden während dem Glühen einige Tropfen concentrirte Salpetersäure zugesetzt, wodurch der gesammte Rückstand in Peroxyd verwandelt wurde, und auf Metall berechnet werden konnte *).

Der erhaltene weiſse Niederschlag wurde in Kleesäure aufgelöset, die grüne Auflösung von dem weiſsen Niederschlage geschieden. Erstere gab mit Kali ein grünes Oxydhydrat, mit Blutlauge einen grünen Niederschlag. Das Oxydhydrat wurde geglüht, und das erhaltene Chromoxydul auf Metall berechnet. Da auſser dem Chrom nur Nickel und Kobalt mit Blutlauge grüne, an der Luft nicht blau werdende, Niederschläge geben, und letztere mit Kleesäure verbunden im Wasser unauflöslich sind, so war Grund genug vorhanden, das erhaltene Oxyd für Chromoxydul anzusehen. — Der weiſse Niederschlag gab ausgeglüht ein leberbraunes Pulver, welches in Salpetersäure gelöset einen schwarzen unlöslichen Rest lieſs, und mit Kali versetzt ein weiſses Oxydhydrat gab. Es war sonach Mangan; das leberbraune Pulver war Mangan-Oxydul-Oxyd, welches nach *Berzelius* 37.25 Oxygen enthält, und darnach auf Metall berechnet wurde. Das Nickeloxyd wurde durch Ausglühen in Peroxyd verwandelt, und dieses auf Metall berech-

---

*) Will man das benzoesaure Eisenoxyd nicht verlieren, so darf man es nur mit Kalilauge kochen; man erhält dadurch, auf dieselbe Art wie bei gleicher Behandlung aus dem Pariserblau, Blutlauge, benzoesaures Kali, welches aber eisenfrei ist. Will man indeſs die Benzoesäure rein haben, so erlangt man dieſs am einfachsten, wenn man sie durch Schwefelsäure aus dem Kalisalze scheidet, gut auspreſst, und durch Behandlung mit Alkohol vom schwefelsauren Salze reinigt.

net, eben so das karbonsaure Kobaltoxyd. Es ergab sich folgendes Verhältnifs:

Eisen	94.69,
Nickel	2.47,
Kobalt	1.59,
Chrom	00.12,
Mangan	00.88,
	99.75.

Da sich hiebei noch ein Abgang von 0.25 zeigt, mufs bemerkt werden, dafs der Niederschlag, welcher den karbonsauren Kobalt enthielt, sich in Salpetersäure mit Aufbrausen und ohne Rückstand auflöste. Durch Ammoniak zerlegt enthielt die rosenrothe Auflösung den Kobalt, welcher, nach entferntem Ammoniak, durch karbonsaures Kali zerlegt, und der erhaltene karbonsaure Kobalt weiter bearbeitet wurde. — Den entstandenen weifsen Niederschlag aber hielt ich für Thonerde; denn er hatte sowohl im wasserhältigen Zustande als getrocknet das Ansehen des Thonerdenhydrats, war in Säuren leicht auflöslich, wurde durch Ammoniak, reines und karbonsaures Kali aus dieser Auflösung weifs gefällt, Blutlauge gab einen grünen, an der Luft blau werdenden Niederschlag, wie diefs nach von *Ittner's* und meinen eigenen Versuchen Statt findet, wenn ein Thonerdensalz durch Blutlauge zerlegt wird. Da ich mir nicht erklären kann, warum dieser Körper, wenn er Thonerde war, nicht zugleich mit Mangan und Chrom durch Ammoniak gefällt wurde, so betrachtete ich ihn als eine Verunreinigung des angewendeten karbonsauren Kali; indefs scheint aber doch das gefundene Prozentenverhältnifs darauf hinzudeuten, dafs diese Thonerde, oder, was ich vorziehen möchte, das in ihr enthaltene Alumium, Bestandtheil des untersuchten Körpers sey.

Sie betrug 0.35, oder Alumium 0.19. Es bestünde demnach das Meteoreisen aus

Eisen	94.69,
Nickel	2.47,
Kobalt	1.59,
Alumium	00.19,
Chrom	00.12,
Mangan	00.88,
	99.94.

Die noch fehlenden $^{6}/_{100}$ dürften um so eher zu entschuldigen seyn, da ich bei einer nochmals angestellten Zerlegung wahrscheinlich auch Silicium würde nachweisen können.

Daſs diese vielen Bestandtheile nicht schon bei früheren Analysen gefunden wurden, liegt, wie mir scheint, in dem Verfahren, welches dabei Statt fand. Es sind mir nur zwei Analysen dieses Körpers bekannt, die von *Klapproth* (Beiträge zur chemischen Kenntniſs der Mineralkörper, VI. Bd., S. 306) und von *Neumann* (*Gilbert's* Annalen, Bd. 42, S. 119). Bei beiden wurde auf gleiche Weise verfahren, nämlich: der Körper wurde in Salzsäure aufgelöset, diese Auflösung durch Ammoniak zerlegt, der entstandene Niederschlag geglüht, als reines Eisenoxyd angesehen, und auf Eisen berechnet; die blaue Auflösung zur Trockne abgedampft, geglüht, für reines Nickeloxyd gehalten, und auf Nickel berechnet.

Nun muſste aber der Niederschlag nicht allein Eisen, sondern auch Chrom und Mangan, die Auflösung nebst Nickel auch Kobalt enthalten. (*Klapproth* fand 2.50 Nickel, *Neumann* 5.03) Es geben daher die früheren Analysen keinen Grund, an dem wirklichen Vorhandenseyn der von mir gefundenen Bestandtheile zu

zweifeln, doch wäre es möglich, daſs das untersuchte Stück nicht ein Theil des verwunschenen Burggrafen, sondern irgend eines anderen Meteoreisens wäre. Ich hatte keinen Grund, an der Aufrichtigkeit des Übersenders zu zweifeln, und stellte mir die Frage erst am Ende der Untersuchung, weil ich mir nicht zutraute, der Erste zu seyn, dem ein so interessanter als wichtiger Fund zu machen beschieden wäre. In wie ferne es gestattet war, mein kleines, zur Zerlegung bestimmtes Stück mit der Beschreibung des Ellenbogner Meteoreisens zu vergleichen, die sich in *Gilbert's* Annalen a. a. O. findet, waren folgende äuſsere Kennzeichen übereinstimmend: Das gestrickte Ansehen der Oberfläche war deutlich zu bemerken, weniger deutlich zeigte sich das blättrige Gefüge an einem Rande, an dem übrigen war es durch die Feile und Säge undeutlich gemacht. Es hatte die angegebenen Oxydflecken an mehreren Stellen, war grau, auf der gefeilten Fläche silberweiſs und metallglänzend, so hart, daſs es weder durch den Hammer noch durch den Meiſsel zerstückt werden konnte, war aber weder mit dem Messer zu schneiden, noch leicht zu feilen, vielmehr konnte man nur mit der gröſsten Anstrengung durch die Feile ein Stückchen herabbringen. Sollte es auch kein Ellenbogner Meteoreisen seyn, so gehört es doch bestimmt den *derben nickelhältigen Gediegeneisenmassen* an, und die darin neu gefundenen Metalle bleiben immer interessant, da sie noch in keinem zu dieser Ordnung gehörigen Körper, sondern nur in den eigentlichen Meteorsteinen bisher gefunden wurden.

II.

Über den vermeintlichen Joddunst, welcher sich, Hrn. Dr. *Liebig's* Erfahrung zu Folge, bei Erhitzung des Chlorkalks entwickeln soll;

von

Joh. N. Planiawa.

Herrn Dr. *Liebig's* Versuche über diesen Gegenstand hat Herr Dr. *Hollunder* wiederholt (s. *Kastner's* Archiv f. d. ges. Natrl. Bd. XI., Hft. 4, S. 497), aber selbst beim Erhitzen des Chlorkalks bis zum Rothglühen keine purpurrothen, dem Jod ähnlichen Dünste wahrgenommen, obgleich er das Verfahren verschiedentlich modificirte. Da indessen doch Hr. Dr. *Liebig* diese Beobachtung machte, so war sie für mich um so interessanter, als ich mich immer zu der Meinung hingezogen fühle, daſs dem Chlor und dem Jod, so wie den anderen zwei Halogenen, Brom und Fluor, wahrscheinlich ein und derselbe Stoff zu Grunde liege.

Allein im Novemberhefte des Lond. philos. Magazins fand ich *Unverdorben's* Darstellung der Mangansäure, die als ein rother, im Wasser mit eben dieser Farbe löslicher Dunst erscheint, und glaube somit, daſs hierin der Schlüssel zur Erklärung von Dr. *Liebig's* Beobachtung des purpurrothen vermeintlichen Joddunstes liegen mag. So bemerkt am obigen Orte Herr Prof. *Kastner* (S. 501, Anmerk. 1) ganz richtig, daſs das Chlor eine flüchtige Verbindung mit Mangan eingehen könne; denn Jeder, der jemals ein gröſseres Quantum eines oxychlorsauren Salzes auf gewöhnliche Weise dargestellt hat, weiſs, daſs selbst beim Vermeiden alles Überspritzens des Retorteninhaltes sich beinahe immer die Salzlauge

mehr oder weniger rosenroth färbt, was nur von einer flüchtigen Manganverbindung herrühren kann, und spritzt etwas von dem Retorteninhalt über, dann wird bei fernerem Chlorzutritte die Flüssigkeit erst ganz purpurroth, wie man sich sehr leicht davon überzeugen kann.

III.

Bereitung eines leicht zündenden Platinschwamms;

von

Ebendemselben.

Mag man den Platinschwamm auf welche Art immer erzeugen, so hat er für die Zwecke des Chemikers, nämlich als fein zertheiltes Platin, immer seinen vollen Werth; in technischer Hinsicht aber ist er nur dann brauchbar, wenn er das auf ihn zuströmende Gemenge aus Wasserstoff- und Sauerstoffgas durch sein eigenes Erglühen schnell zu entzünden vermag. Um einen Schwamm, welcher diese für den Techniker wichtige Eigenschaft besitzt, zu erzeugen, mufs man dafür sorgen, dafs man eine vollkommen neutrale Auflösung des salzsauren Platinoxyds (oder vielmehr reines Platindeutochlorid im Wasser gelöst) dazu anwendet, oder wenn diefs nicht der Fall ist, den durch hydrochlorsaures Ammonium gebildeten Niederschlag nach dem Trocknen mit flüssigem reinem Ammonium befeuchtet, in einen Platintiegel eindrückt, und so lange im starken Rothglühen erhält, bis die ganze Masse durch und durch glüht, und kein Chlorgeruch mehr wahrzunehmen ist. Er mufs dann in einem Glase mit eingeschliffenem Stöpsel aufbe-

wahrt werden. Der auf eine oder die andere dieser zwei Arten bereitete Platinschwamm zündet selbst einige Grade unter 0° Réaum., wogegen beim Auslassen dieser Vorsicht derselbe immer erst erwärmt werden mufs, und auch dann noch die Eigenschaft, oben angeführtes Gasgemenge zu entzünden, kaum für einige Tage behält.

IV.
Kennzeichen der Convergenz unendlicher Reihen;

vom

Prof. *L. C. Schulz v. Strasznicki* zu Laibach.

Die von Herrn *N. H. Abel* im ersten Hefte des dritten Bandes von *Crelle's* Journal für reine und angewandte Mathematik bekannt gemachte Widerlegung des vom Hrn. *L. Olivier* im II. Bande, 1. Heft aufgestellten Satzes über die Convergenz der Reihen, veranlafste mich, über diese Theorie nachzudenken; die Resultate meiner Bemühungen lege ich hier den Sachkennern zur Prüfung vor.

Damit die unendliche Reihe, deren positive Glieder u_1, u_2, u_3, u. s. w. sind, convergire, mufs ihre Ergänzung $Q_n = u_{n+1} + u_{n+2} + u_{n+3} + \ldots$ etc. für ein hinlänglich grofses n verschwinden, oder lim. $Q_n = 0$ seyn.

Setzen wir

$$u_{n+1} + u_{n+2} + u_{n+3} + \ldots\ldots\ldots + u_{2n} = R_1,$$
$$u_{2n+1} + u_{2n+2} + u_{2n+3} + \ldots\ldots\ldots + u_{3n} = R_2,$$
$$u_{3n+1} + u_{3n+2} + u_{3n+3} + \ldots\ldots\ldots + u_{4n} = R_3$$

u. s. w.,

so zeigt sich, da die Glieder der Reihe stets abnehmen, denn nur eine solche Reihe haben wir im Auge:

$$n u_n > R_1 > n u_{2n}, \quad n u_{2n} > R_2 > n u_{3n},$$
$$n u_{3n} > R_3 > n u_{4n}, \quad \text{u. s. f.};$$

daher, da

$$Q_n = R_1 + R_2 + R_3 + \dots \text{ etc. ist:}$$

$$Q_n < n(u_n + u_{2n} + u_{3n} + u_{4n} + \dots \text{ etc.}),$$
$$Q_n > n(u_{2n} + u_{3n} + u_{4n} + \dots \text{ etc.}).$$

Setzen wir ferner

$$n(u_n + u_{2n} + u_{3n} + \dots u_{(n-1)n} + u_{n^2}) = R'_1$$
$$n(u_{n^2+n} + u_{n^2+2n} + u_{n^2+3n} + \dots u_{n^2+(n-1)n} + u_{2n^2}) = R'_2$$
$$n(u_{2n^2+n} + u_{2n^2+2n} + u_{2n^2+3n} + \dots u_{2n^2+(n-1)n} + u_{3n^2}) = R'_3$$
u. s. w.,

und eben so:

$$n(u_{2n} + u_{3n} + u_{4n} + \dots u_{n^2} + u_{n^2+n}) = S'_1$$
$$n(u_{n^2+2n} + u_{n^2+3n} + u_{n^2+4n} + \dots u_{2n^2} + u_{2n^2+n}) = S'_2$$
$$n(u_{2n^2+2n} + u_{2n^2+3n} + u_{2n^2+4n} + \dots u_{3n^2} + u_{3n^2+n}) = S'_3$$
u. s. w.;

und bedenken wir, daſs

$$n^2 u_n > R'_1, \quad n^2 u_{n^2+n} > R'_2, \quad n^2 u_{2n^2+n} > R'_3, \text{ u. s. w.}$$
$$n^2 u_{n^2+n} < S'_1, \quad n^2 u_{2n^2+n} < S'_2, \quad n^2 u_{3n^2+n} < S'_3, \text{ u. s. w.}$$

und $Q_n < R'_1 + R'_2 + R'_3 + \dots$ etc.

$Q_n > S'_1 + S'_2 + S'_3 + \dots$ etc.

ist, so haben wir

$$Q_n < n^2(u_n + u_{n^2+n} + u_{2n^2+n} + \dots),$$
$$Q_n > n^2(u_{n^2+n} + u_{2n^2+n} + u_{3n^2+n} + \dots).$$

Eben so erhalten wir durch ein fortgesetztes ähnliches Verfahren

$$Q_n < n^3(u_n + u_{n^3+n} + u_{2n^3+n} + \dots),$$
$$Q_n > n^3(u_{n^3+n} + u_{2n^3+n} + u_{3n^3+n} + \dots),$$

und daher allgemein

$Q_n < n^k (u_n + u_{n^k+n} + u_{2n^k+n} + u_{3n^k+n} + \ldots)$,
$Q_n > n^k (u_{n^k+n} + u_{2n^k+n} + u_{3n^k+n} + \ldots)$.

Wir können daher mit voller Sicherheit sagen:

1) Eine Reihe *convergirt*, wenn ein (positiver ganzer) Werth für k möglich ist, der

$$\lim. n^k (u_n + u_{n^k+n} + u_{2n^k+n} + \ldots) = 0$$

macht für $n = \infty$.

2) Eine Reihe *divergirt*, wenn ein ganzer positiver Werth für k möglich ist, der

$$\lim. n^k (u_{n^k+n} + u_{2n^k+n} + u_{3n^k+n} + \ldots) = \infty$$

oder einer begrenzten Gröfse gleich macht für $n = \infty$.

Im Gegentheile wieder: convergirt eine Reihe, d. h. ist $\lim. Q_n = 0$, so mufs es natürlich einen Werth von k geben, der macht, dafs

$$\lim. n^k (u_{n^k+n} + u_{2n^k+n} + u_{3n^k+n} + \ldots) = 0$$

sey; und divergirt die Reihe, so mufs es einen Werth für k geben, der

$$\lim. n^k (u_n + u_{n^k+n} + u_{2n^k+n} + \ldots) = \infty$$

oder endlich macht. Ist $k > 1$, so wird n gegen n^k für $n = \infty$ verschwinden, daher können wir in diesem Falle setzen

$$Q_n < (u_n + u_{n^k} + u_{2n^k} + \ldots) n^k,$$
$$Q_n > (u_{n^k} + u_{2n^k} + u_{3n^k} + \ldots) n^k.$$

Wenden wir nun dieses Kennzeichen auf die Reihe

$$\frac{1}{2^a l 2} + \frac{1}{3^a l 3} + \frac{1}{4^a l 4} + \frac{1}{5^a l 5} + \ldots + \frac{1}{n^a l n}$$

an, so finden wir

$$u_n = \frac{1}{n^a l n}, \quad u_{n^k} = \frac{1}{n^{ak} l n^k}, \quad u_{2n^k} = \frac{1}{2^a n^{ak} l (2n^k)},$$

$$u_{3n^k} = \frac{1}{3^a n^{ak} l (3n^k)}, \quad u_{4n^k} = \frac{1}{4^a n^{ak} l (4n^k)}, \text{ u. s. w.}$$

also mufs

$$Q_n > \frac{n^k}{n^{ak}}\left[\frac{1}{l\,n^k} + \frac{1}{2^a l\,(2n^k)} + \frac{1}{3^a l\,(3n^k)} + \frac{1}{4^a l\,(4n^k)} + \dots\right]$$

seyn.

Es ist $l(2n^k) = k\,l\,n + l\,2$; ist nun n unendlich grofs, so verschwindet $l2$ daneben u. s. f., daher haben wir

$$Q_n > \frac{n^{k-ak}}{k\,.\,\lg.\,n}\left[1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \frac{1}{4^a} + \dots\right].$$

Ist nun $a = 0$ oder $a = 1$, so sehen wir, dafs im ersten Falle $Q_n > \infty$, im zweiten Falle $> \frac{1}{k} \cdot \frac{\infty}{\infty}$, also nie verschwindet.

Daher divergiren beide folgende Reihen:

$$\frac{1}{l\,2} + \frac{1}{l\,3} + \frac{1}{l\,4} + \frac{1}{l\,5} + \dots$$

$$\frac{1}{2\,l\,2} + \frac{1}{3\,l\,3} + \frac{1}{4\,l\,4} + \dots$$

Ist aber $a \geqq 2$, so ist $(Q_n) > 0$, und da

$$n^k\,.\,u_n = n^k\,.\,\frac{1}{n^a\,.\,l\,n}$$

für $k < a$ und $n = \infty$ verschwindet, so ist lim. $Q_n = 0$, daher convergirt die Reihe

$$\frac{1}{2^a l\,2} + \frac{1}{3^a l\,3} + \frac{1}{4^a l\,4} + \dots \frac{1}{n^a l\,n},$$

sobald $a > 2$ ist, was auch aus sich selbst klar ist, da vom eilften Gliede dieser Reihe angefangen, wegen

$$\frac{1}{10^a l\,10} + \frac{1}{11^a l\,11} + \frac{1}{12^a l\,12} + \dots < \frac{1}{10^a} + \frac{1}{11^a} + \frac{1}{12^a} + \dots$$

die vorgelegte Reihe kleiner ist, als eine als convergent anerkannte Reihe.

Zu einem ähnlichen Resultate über die Convergenz der Reihen kann man auch auf folgendem Wege gelangen. *A. L. Cauchy* in seinem *Cours d'Analyse* (siehe auch

A. v. Ettingshausen's Vorlesungen über höhere Mathematik, Band I.) stellt die Behauptung auf, daſs die zwei folgenden Reihen

$$u_1,\quad u_2,\quad u_3,\quad u_4,\ \ldots\ldots u_n + \ldots\ldots$$
$$u_1,\quad 2u_2,\quad 2^2 u_{2^2},\quad 2^3 u_{2^3}\ \ldots\ldots\ 2^{n-1} u_{2^{n-1}} + \ldots\ldots$$

stets zugleich convergiren und divergiren. Dieser Satz läſst eine Verallgemeinerung zu, denn es ist

$$\begin{array}{l|l} u_1 + u_2 < 2u_1 & 2u_1 = 2u_1 \\ u_3 + u_4 + \ldots u_8 < 6u_3 & 6u_3 < 3(u_2 + u_3) \\ u_9 + u_{10} + \ldots u_{26} < 18u_9 & 18u_9 < 3(u_4 + u_5 + \ldots u_9) \\ u_{27} + u_{28} + \ldots u_{80} < 54u_{27} & 54u_{27} < 3(u_{10} + u_{11} + \ldots u_{27}) \end{array}$$

u. s. w.;

daher, wenn

$$S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots u_n$$

und $T_n = 2(u_1 + 3u_3 + 3^2 u_{3^2} + \ldots 3^{n-1} u_{3^{n-1}})$,

d. h. T_n die Summe der n ersten Glieder der letzten Reihe ist, so hat man

$$T_n < 3S_u - u_1 \quad \text{und} \quad T_n > S_{3^{n-1}}.$$

Eben so erhält man:

$$\begin{array}{l|l} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 < 4u_1 & 4u_1 = 4u_1 \\ u_5 + u_6 + \ldots u_{24} < 4\cdot 5u_5 & 4\cdot 5u_5 < 5(u_2 + u_3 + u_4 + u_5) \\ u_{25} + u_{26} + \ldots u_{124} < 4\cdot 25u_{25} & 4\cdot 25u_{25} < 5(u_6 + u_7 + \ldots u_{25}) \end{array}$$

u. s. w.;

daher, wenn

$$T_n = 4(u_1 + 5u_5 + 5^2 u_{5^2} + 5^3 u_{5^3} + \ldots + 5^{n-1} u_{5^{n-1}}),$$

so ist $T_n < 5S_n - u_1$ und $T_n > S_{5^{n-1}}$;

oder endlich ganz allgemein:

$$u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots\ldots < (m-1)u_1,$$
$$u_m + u_{m+1} + u_{m+2} + \ldots u_{m^2-1} < (m-1)m\,u_m,$$
$$u_{m^2} + u_{m^2+1} + u_{m^2+2} + \ldots u_{m^3-1} < (m-1)m^2 u_{m^2}$$

u. s. w.;

$$(m-1)\,u_1 = (m-1)\,u_1,$$
$$(m-1)\,m\,u_m < m\,(u_2 + u_3 + \ldots u_m),$$
$$(m-1)\,m^2\,u_{m^2} < m\,(u_{m+1} + u_{m+2} + \ldots u_{m^2}).$$
u. s. w.

Ist daher

$$T_n = (m-1)\left[u_1 + m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + m^{n-1}\,u_{m^{n-1}}\right],$$

so ist $T_n = m\,S_n - u_1$ und $T_n > S_{m^n-1}$.

Man sieht daher, dafs die Reihe u_1, u_2, u_3, u_4 u. s. w. stets mit der Reihe $u_1 + m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + \ldots$ zugleich convergirt und divergirt. Ist daher

$$\lim.\,(m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots) = 0$$

oder endlich, so convergirt die zu untersuchende Reihe.

Dieses Kennzeichen trifft nun nicht zu bei der Reihe

$\frac{1}{2\,l\,2} + \frac{1}{3\,l\,3} + \frac{1}{4\,l\,4} + \ldots$ etc., da

$$m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots =$$
$$= \frac{1}{l\,m} + \frac{1}{2\,l\,m} + \frac{1}{3\,l\,m} + \frac{1}{4\,l\,m} + \ldots \text{ etc.}$$
$$= \frac{1}{l\,m}\left[1 + \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{5} + \ldots \text{ etc.}\right],$$

daher hier

$$\lim.\,[m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots] = \infty,$$

wefswegen die Reihe divergirt.

Man mufs sich hier wohl hüthen, aus

$$\lim.\,(m\,u_m) = 0, \quad \lim.\,(m^2\,u_{m^2}) = 0 \quad \text{u. s. w.}$$

auf $\lim.\,(m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots) = 0$

zu schliefsen; denn gerade in unserm gewählten Beispiele sind die Grenzen der einzelnen Ausdrücke gleich Null, und doch ist die Grenze ihrer Summe unendlich grofs. Überhaupt ist der in beinahe allen Lehrbüchern der Analysis ohne Beschränkung angeführte Satz: dafs die Grenze der Summe mehrerer Ausdrücke gleich sey der Summe

der Grenzen der einzelnen Ausdrücke, sobald unendlich viele Glieder vorhanden sind, *falsch*.

Eben so leicht überzeugt man sich durch die zweite Methode, daſs die Reihe

$$\frac{1}{l\,2} + \frac{1}{l\,3} + \frac{1}{l\,4} \text{ u. s. f. divergirt.}$$

Wir wollen nun auch schlieſslich unsere zweite Methode auf die Reihe

$$1 + \frac{1}{2^a} + \frac{1}{3^a} + \frac{1}{4^a} + \ldots \frac{1}{n^a}$$

anwenden. Hier ist:

$$u_m = \frac{1}{m^a}, \quad u_{m^2} = \frac{1}{m^{2a}}, \quad u_{m^3} = \frac{1}{m^{3a}}, \quad u_{m^4} = \frac{1}{m^{4a}},$$

$$m\,u_m = \frac{1}{m^{a-1}}, \quad m^2\,u_{m^2} = \frac{1}{m^{2(a-1)}}, \quad m^3\,u_{m^3} = \frac{1}{m^{3(a-1)}},$$

daher

$$m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots =$$

$$= \frac{1}{m^{a-1}} + \frac{1}{m^{2(a-1)}} + \frac{1}{m^{3(a-1)}} + \ldots$$

Wir sehen, daſs für jeden positiven Werth von a, $a = 1$ ausgenommen,

$$\text{lim.}\,(m\,u_m + m^2\,u_{m^2} + m^3\,u_{m^3} + \ldots) = 0$$

wird, wenn $m = \infty$.

V.

Entwickelungen der allgemeinen Eigenschaften einiger Ausdrücke, welche in der Theorie der geraden Linie und der Ebene vorkommen;

von

Franz Xav. Moth.

(Fortsetzung des Aufsatzes im IV. Bd., 3. H., S. 288.)

II. Classe.

Von den Beziehungen der accentuirten Gröfsen $PMN\mathfrak{P}\mathfrak{M}\mathfrak{N}$.

24. Wenn man von den drei Relationen des Systemes (21)

$$A''_{,} = A''' \,.\, P'^2 - A'' \,.\, M';$$
$$B''_{,} = B''' \,.\, P'^2 - B'' \,.\, M';$$
$$C''_{,} = C''' \,.\, P'^2 - C'' \,.\, M';$$

die erste mit A''', die zweite mit B''', die dritte mit C''' multiplicirt, und hierauf addirt; so hat man wegen

$$A''' \,.\, A''_{,} + B''' \,.\, B''_{,} + C''' \,.\, C''_{,} = P^2_{,} \quad \text{[Rel. (48)]}$$

offenbar

$$P^2_{,} = P'^2 \,.\, P'''^2 - M'^2$$

$$\text{und} \quad P_{,} = \sqrt{P'^2 \,.\, P'''^2 - M'^2}.$$

Man wird nun hieraus nachstehende drei Relationen erhalten:

$$\left.\begin{array}{l} P^2_{,} = P'^2 \,.\, P'''^2 - M'^2; \\ P^2_{,,} = P'^2 \,.\, P''''^2 - M''^2; \\ P^2_{,,,} = P'^2 \,.\, P''^2 - M'''^2. \end{array}\right\} \ldots (55)$$

25. Wenn man von den drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} N.A' &= P'^2.A_, + M'''.A_{,,} + M''.A_{,,,};\\ N.B' &= P'^2.B_, + M'''.B_{,,} + M''.B_{,,,};\\ N.C' &= P'^2.C_, + M'''.C_{,,} + M''.C_{,,,}; \end{aligned}\right\}\text{die Rel. (24)}$$

die erste mit $A_,$, die zweite mit $B_,$, die dritte mit $C_,$ multiplicirt, und hierauf addirt; so wird man haben:

$$N^2 = P'^2 . P_,^2 + M''' . M_{,,,} + M'' . M_{,,}.$$

Dieser Gleichung analog erhält man also nachstehendes System:

$$\left.\begin{aligned} N^2 &= P'^2 . P_,^2 + M'' . M_{,,} + M''' . M_{,,,};\\ N^2 &= P''^2 . P_{,,}^2 + M' . M_, + M''' . M_{,,,};\\ N^2 &= P'''^2 . P_{,,,}^2 + M' . M_, + M'' . M_{,,}. \end{aligned}\right\}\dots(56)$$

Multiplicirt man von denselben Gleichungen (24) die erste mit $A_{,,}$, die zweite mit $B_{,,}$, und die dritte mit $C_{,,}$; so wird ihre Summe geben:

$$0 = P'^2 . M_{,,,} + M''' . P_{,,}^2 + M'' . M_,.$$

Hieraus entspringt das nachstehende System:

$$\left.\begin{aligned} P_,^2 . M'' + M' . M_{,,,} + P'''^2 . M_{,,} &= 0;\\ P_,^2 . M''' + M' . M_{,,} + P''^2 . M_{,,,} &= 0;\\ P_{,,}^2 . M' + M'' . M_{,,,} + P'''^2 . M_, &= 0;\\ P_{,,}^2 . M''' + M'' . M_, + P'^2 . M_{,,,} &= 0;\\ P_{,,,}^2 . M' + M''' . M_{,,} + P''^2 . M_, &= 0;\\ P_{,,,}^2 . M'' + M''' . M_, + P'^2 . M_{,,} &= 0. \end{aligned}\right\}\dots(57)$$

Eben diese Relationen (56) und (57) fliefsen auch aus den Gleichungen (27), welche man in diesen Fällen nur respective mit $A' B' C'$, $A'' B'' C''$ zu multipliciren braucht.

26. Wenn man von den drei Gleichungen des Systemes (30)

$$N \cdot A'_{,,} = P^2_{,,} \cdot A_{,,,} - M_{,} \cdot A_{,} ;$$
$$N \cdot B'_{,,} = P^2_{,,} \cdot B_{,,,} - M_{,} \cdot B_{,} ;$$
$$N \cdot C'_{,,} = P^2_{,,} \cdot C_{,,,} - M_{,} \cdot C_{,,} ;$$

die erste mit $A_{,,,}$, die zweite mit $B_{,,,}$, und die dritte mit $C_{,,,}$ multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man wegen

$$A_{,,,} \cdot A'_{,,} + B_{,,,} \cdot B'_{,,} + C_{,,,} \cdot C'_{,,} = N \cdot P'^2 \quad \text{(Rel. 47)}$$

die Gleichung erhalten:

$$N^2 \cdot P'^2 = P^2_{,,} \cdot P^2_{,,,} - M^2_{,} = \mathfrak{P}'^2.$$

Dieser analog wird man nun folgendes System von Relationen haben:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{P}'^2 &= N^2 \cdot P'^2 = P^2_{,,} \cdot P^2_{,,,} - M^2_{,} ; \\ \mathfrak{P}''^2 &= N^2 \cdot P''^2 = P^2_{,} \cdot P^2_{,,,} - M^2_{,,} ; \\ \mathfrak{P}'''^2 &= N^2 \cdot P'''^2 = P^2_{,} \cdot P^2_{,,} - M^2_{,,,} . \end{aligned}\right\} \ldots (58)$$

27. Wenn man von den drei folgenden Gleichungen:

$$N \cdot (A'' \cdot M'' - A''' \cdot M''') = A_{,,,} \cdot M_{,,,} - A_{,,} \cdot M_{,,} ;$$
$$N \cdot (B'' \cdot M'' - B''' \cdot M''') = B_{,,,} \cdot M_{,,,} - B_{,,} \cdot M_{,,} ;$$
$$N \cdot (C'' \cdot M'' - C''' \cdot M''') = C_{,,,} \cdot M_{,,,} - C_{,,} \cdot M_{,,} ;$$

welche die Relationen (33) geben, die erste mit $A_{,,}$, die zweite mit $B_{,,}$, und die dritte mit $C_{,,}$ multiplicirt, und hierauf addirt, so wird man haben:

$$N^2 \cdot M'' = M_{,} \cdot M_{,,,} - M^2_{,,} = \mathfrak{M}''.$$

Außer dieser existiren noch zwei ihr analoge, welche mit dieser nachstehendes System bilden:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}' &= N^2 \cdot M' = M_{,,} \cdot M_{,,,} - M^2_{,} ; \\ \mathfrak{M}'' &= N^2 \cdot M'' = M_{,} \cdot M_{,,,} - M^2_{,,} ; \\ \mathfrak{M}''' &= N^2 \cdot M''' = M_{,} \cdot M_{,,} - M^2_{,,,} . \end{aligned}\right\} \ldots (59)$$

28. Wenn man von den drei Gleichungen des Systemes (21):

$$A'_{,,} = A''' \,.\, P'^2 - A' \,.\, M'';$$
$$B'_{,,} = B''' \,.\, P'^2 - B' \,.\, M'';$$
$$C'_{,,} = C''' \,.\, P'^2 - C' \,.\, M'';$$

die erste mit A'', die zweite mit B'', die dritte mit C'' multiplicirt, hierauf addirt, und bemerkt, daſs

$$A'' \,.\, A'_{,,} + B'' \,.\, B'_{,,} + C'' \,.\, C'_{,,} = -M_{,}; \quad \text{(Rel. 49)}$$

so wird man haben:

$$M_{,} = M'' \,.\, M''' - M' \,.\, P'^2;$$

die zwei noch übrigen, dieser analoge Relationen, bilden nun mit der gefundenen nachstehendes System:

$$\left.\begin{aligned} M_{,} &= M'' \,.\, M''' - M' \,.\, P'^2; \\ M_{,,} &= M' \,.\, M''' - M'' \,.\, P''^2; \\ M_{,,,} &= M' \,.\, M'' - M''' \,.\, P'''^2; \end{aligned}\right\} \ldots (60)$$

Die in den Systemen (55) — (60) enthaltenen Relationen sind die einfachsten, welche man zwischen den Gröſsen PMN erhalten kann; sie können als Fundamentalgleichungen betrachtet werden, aus welchen eine groſse Menge anderer Relationen dieser Gattung hergeleitet werden kann, indem man unter denselben schickliche Verbindungen trifft. Auch ist es einleuchtend, daſs man ähnliche Relationen zwischen den accentuirten Buchstaben $\mathfrak{P}\mathfrak{M}\mathfrak{N}$ haben wird, welche man aus den Gleichungen der vorstehenden fünf Systeme entweder durch Analogie oder mit Hülfe der Gleichungen (18), (19), (20) ableiten kann.

29. Setzt man, um abzukürzen:

$$\left.\begin{aligned} M'^2 \,.\, P'^2 + M''^2 \,.\, P''^2 + M'''^2 \,.\, P'''^2 &= W; \\ P'^2 \,.\, P_{,}^2 + P''^2 \,.\, P_{,,}^2 + P'''^2 \,.\, P_{,,,}^2 &= \Pi; \\ M_{,}^2 \,.\, P_{,}^2 + M_{,,}^2 \,.\, P_{,,}^2 + M_{,,,}^2 \,.\, P_{,,,}^2 &= U; \\ M' \,.\, M_{,} + M'' \,.\, M_{,,} + M''' \,.\, M_{,,,} &= M; \end{aligned}\right\} \ldots (61)$$

so wird man die Gröfsen W, Π, U, M durch sehr einfache Formen ausdrücken können, welche wir hier noch besonders betrachten wollen.

Wenn man die Gleichungen (56) addirt, so erhält man die Gleichung

$$3 \cdot N^2 = \Pi + 2 \cdot M$$

$$\text{oder} \qquad N^2 = \left(\frac{\Pi + 2 \cdot M}{3}\right) \ldots\ldots\ldots (62)$$

Wenn man die Werthe von P'^2, P''^2, P'''^2 aus den Relationen (58), nämlich:

$$P'^2 = \left(\frac{P^2_{\prime\prime} \cdot P^2_{\prime\prime\prime} - M^2_{\prime}}{N^2}\right);$$

$$P''^2 = \left(\frac{P^2_{\prime} \cdot P^2_{\prime\prime\prime} - M^2_{\prime\prime}}{N^2}\right);$$

$$P'''^2 = \left(\frac{P^2_{\prime} \cdot P^2_{\prime\prime} - M^2_{\prime\prime\prime}}{N^2}\right);$$

in die Relationen (55) substituirt, so erhält man nachstehende drei Gleichungen:

$$N^4 \cdot P^2_{\prime} = (P^2_{\prime} \cdot P^2_{\prime\prime\prime} - M^2_{\prime\prime})(P^2_{\prime} \cdot P^2_{\prime\prime} - M^2_{\prime\prime\prime}) - M'^2 \cdot N^4;$$

$$N^4 \cdot P^2_{\prime\prime} = (P^2_{\prime\prime} \cdot P^2_{\prime} - M^2_{\prime\prime\prime})(P^2_{\prime\prime} \cdot P^2_{\prime\prime\prime} - M^2_{\prime}) - M''^2 \cdot N^4;$$

$$N^4 \cdot P^2_{\prime\prime\prime} = (P^2_{\prime\prime\prime} \cdot P^2_{\prime} - M^2_{\prime\prime})(P^2_{\prime\prime\prime} \cdot P^2_{\prime\prime} - M^2_{\prime}) - M'''^2 \cdot N^4.$$

Wir wollen uns nun mit der weiteren Reduction blofs der ersten dieser drei Gleichungen beschäftigen. Sie gibt, entwickelt:

$$N^4 = P^2_{\prime} \cdot P^2_{\prime\prime} \cdot P^2_{\prime\prime\prime} - (M^2_{\prime\prime} \cdot P^2_{\prime\prime} + M^2_{\prime\prime\prime} \cdot P^2_{\prime\prime\prime}) + \frac{M^2_{\prime\prime} \cdot M^2_{\prime\prime\prime} - N^4 \cdot M'^2}{P^2_{\prime}}.$$

Nun ist:

$$M^2_{\prime\prime} \cdot M^2_{\prime\prime\prime} - N^4 \cdot M'^2 = (M_{\prime\prime} \cdot M_{\prime\prime\prime} - N^2 \cdot M')(M_{\prime\prime} \cdot M_{\prime\prime\prime} + N^2 \cdot M')$$
$$= 2\, M' \cdot N^2 \cdot M_{\prime} \cdot P^2_{\prime} + M^2_{\prime} \cdot P^4_{\prime};$$

folglich wird man haben:

$$N^4 = P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - (M_{,,}^2 . P_{,,}^2 + M_{,,,}^2 . P_{,,,}^2) + M_{,}^2 . P_{,}^2 + 2N^2 . M' M_{,};$$

oder endlich:

$$N^4 = P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - U + (2N^2 . M' M_{,} - M_{,} P_{,}^2),$$

d. i. $N^4 = [P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - U + 2 . M_{,} . M_{,,} . M_{,,,}] \ldots (63)$

Setzt man in den Relationen (56) anstatt $M_{,} M_{,,} M_{,,,}$ ihre Werthe aus (60), so wird man haben:

$$N^2 = 2 . M' M'' M''' + P'^2 . P_{,}^2 - (P''^2 . M''^2 + P'''^2 . M'''^2)$$
$$N^2 = 2 . M' M'' M''' + P''^2 . P_{,,}^2 - (P'^2 . M'^2 + P'''^2 . M'''^2)$$
$$N^2 = 2 . M' M'' M''' + P'''^2 . P_{,,,}^2 - (P'^2 . M'^2 + P''^2 . M''^2).$$

Aus jeder dieser Gleichungen folgt:

$$N^2 = 2 . M' M'' M''' + P'^2 . P''^2 . P'''^2 - W \ldots (64)$$

Addirt man aber jene drei Gleichungen, und dividirt sie durch 3, so wird man bekommen:

$$N^2 = 2 . M' . M'' . M''' + \tfrac{1}{3} . \Pi - \tfrac{2}{3} . W \ldots (65)$$

Setzt man aus den Relationen (58) die Werthe für $N . P'^2$, $N . P''^2$, $N . P'''^2$ in die Relationen (56), indem man diese zuvor mit N^2 multiplicirt hat; so wird man erhalten:

$$N^4 = P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - P_{,}^2 . M_{,}^2 + N^2 (M_{,,} . M'' + M_{,,,} . M''');$$
$$N^4 = P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - P_{,,}^2 . M_{,,}^2 + N^2 (M_{,} . M' + M_{,,,} . M''');$$
$$N^4 = P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2 + N^2 (M_{,} . M' + M_{,,} . M'').$$

Die Addition dieser drei Gleichungen gibt nun:

$$N^4 = [P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - \tfrac{1}{3} . U + \tfrac{2}{3} . N^2 . M] \ldots (66)$$

Setzt man die Werthe:

$$M' = \sqrt{P''^2 . P'''^2 - P_{,}^2};$$
$$M'' = \sqrt{P'^2 . P'''^2 - P_{,,}^2};$$
$$M''' = \sqrt{P'^2 . P''^2 - P_{,,,}^2};$$

welche unmittelbar aus den Relationen (55) folgen, in die Gleichungen (60); so gibt die erste derselben, wenn man sie gehörig reducirt:

$$M_{,}^{2} + 2 . M_{,} . P'^{2} . \sqrt{P''^{2} . P'''^{2} - P_{,}^{2}} - P'^{4} . P_{,}^{2} =$$
$$= P_{,,}^{2} . P_{,,,}^{2} - P'^{2} . \Pi;$$

oder wegen $M_{,}^{2} = P_{,,}^{2} . P_{,,,}^{2} - N^{2} . P'^{2}$

hat man:

$$2 . M' . M_{,} = N^{2} - \Pi + 2 . P'^{2} . P_{,}^{2}.$$

Hieraus ergeben sich nun nachstehende Relationen:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} . (N^{2} - \Pi) = M' . M_{,} - P'^{2} . P_{,}^{2}; \\ \frac{1}{2} . (N^{2} - \Pi) = M'' . M_{,,} - P''^{2} . P_{,,}^{2}; \\ \frac{1}{2} . (N^{2} - \Pi) = M''' . M_{,,,} - P'''^{2} . P_{,,,}^{2}. \end{array}\right\} \ldots (67)$$

Ihre Summe führt auf die schon bekannte Gleichung:

$$N^{2} = \tfrac{2}{3} . M + \tfrac{1}{3} . \Pi.$$

Setzt man die Werthe von P'^{2}, P''^{2}, P'''^{2} aus den Gleichungen (55) in die Gleichungen (60); so nimmt z. B. die erste derselben noch folgende Form an:

$$M'^{2} + M_{,}^{2} = \frac{(M' . M''' - M_{,,}^{2}) . (M' . M'' - M_{,,,}^{2})}{M'' . M'''};$$

und diese reducirt sich leicht auf nachstehende;

$$P_{,}^{2} . M'' . M''' = M_{,,} . M_{,,,} - M' . (M'' . M_{,,} + M''' . M_{,,,}).$$

Nun ist: $M_{,,} . M_{,,,} = N^{2} . M' + P_{,}^{2} . M_{,}.$

Die Verbindung dieser beiden Gleichungen gibt:

$$P_{,}^{2} . (M'' M''' - M_{,}) = M' . [N^{2} - (M'' . M_{,,} + M''' . M_{,,,})],$$

woraus endlich folgende Gleichung entspringt:

$$P'^{2} . P_{,}^{2} = N^{2} - (M'' . M_{,,} + M''' . M_{,,,}),$$

welche die Relation (56) ist.

Wenn man die Gleichung

$$M_{,} = M'' . M''' - M' . P'^{2} \quad \text{[aus Rel. (60)]}$$

mit $M_{,,} \,.\, M_{,,,} - M_{,} \,.\, P^2_{,} = N^2 \,.\, M'$ [aus Rel. (59)] multiplicirt; so erhält man die nachfolgende Gleichung:

$$M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} - M^2_{,} \,.\, P^2_{,} = N^2 \,.\, M' M'' M''' - N^2 \,.\, M'^2 \,.\, P'^2;$$

oder endlich:

$$\left.\begin{array}{l} M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} - N^2 \,.\, M' \,.\, M'' \,.\, M_{,,,} = \\ \quad = M^2_{,} \,.\, P^2_{,} - N^2 \,.\, M'^2 \,.\, P'^2; \\ \text{ferner:} \\ M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} - N^2 \,.\, M' \,.\, M'' \,.\, M''' = \\ \quad = M^2_{,,} \,.\, P^2_{,,} - N^2 \,.\, M''^2 \,.\, P''^2; \\ M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,} - N^2 \,.\, M' \,.\, M'' \,.\, M''' = \\ \quad = M^2_{,,,} \,.\, P^2_{,,,} - N^2 \,.\, M'''^2 \,.\, P'''^2. \end{array}\right\} \ldots (68)$$

Ihre Summe gibt die Gleichung:

$$M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} - N^2 \,.\, M' \,.\, M'' \,.\, M''' = \tfrac{1}{3} \,.\, (U - N^2 \,.\, W). \quad (69)$$

Multiplicirt man die Gleichung:

$$P^2_{,} = P'^2 \,.\, P'''^2 - M'^2 \quad \text{[aus Rel. (55)]}$$

mit $P^2_{,,} \,.\, P^2_{,,,} - M^2_{,} = N^2 \,.\, P'^2$; [aus Rel. (58)]

so erhält man:

$$P^2_{,} \,.\, P^2_{,,} \,.\, P^2_{,,,} - P^2_{,} \,.\, M^2_{,} = N^2 \,.\, P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 - N^2 \,.\, M'^2 \,.\, P'^2,$$

oder endlich:

$$\left.\begin{array}{l} P^2_{,} \,.\, P^2_{,,} \,.\, P^2_{,,,} - N^2 \,.\, P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 = \\ \quad = P^2_{,} \,.\, M^2_{,} - N^2 \,.\, M'^2 \,.\, P'^2; \\ P^2_{,} \,.\, P^2_{,,} \,.\, P^2_{,,,} - N^2 \,.\, P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 = \\ \quad = P^2_{,,} \,.\, M^2_{,,} - N^2 \,.\, M''^2 \,.\, P''^2; \\ P^2_{,} \,.\, P^2_{,,} \,.\, P^2_{,,,} - N^2 \,.\, P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 = \\ \quad = P^2_{,,,} \,.\, M^2_{,,,} - N^2 \,.\, M'''^2 \,.\, P'''^2. \end{array}\right\} \ldots (70)$$

Die Summe dieser drei Gleichungen wird geben:

$$P^2_{,} \,.\, P^2_{,,} \,.\, P^2_{,,,} - N^2 \,.\, P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 = \tfrac{1}{3} (U - N^2 \,.\, W) \ldots (71)$$

Wenn man die Werthe von

$$\tfrac{1}{3} (U - N^2 \,.\, W)$$

aus (69) und (71) einander gleich setzt; so bekömmt man:

$$M_{,} . M_{,,} . M_{,,,} - N^2 . M' . M'' . M''' =$$
$$= P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2 - N^2 . P'^2 . P''^2 . P'''^2,$$

eine sehr merkwürdige Gleichung, aus welcher man nachstehenden Werth von N^2 erhält:

$$N^2 = \left[\frac{M_{,} . M_{,,} . M_{,,,} - P_{,}^2 . P_{,,}^2 . P_{,,,}^2}{M' . M'' . M''' - P'^2 . P''^2 . P'''^2}\right] \dots (72)$$

30. Aufser diesem Ausdrucke für N^2 verdienen noch folgende angeführt zu werden, welche man aus den vorhergehenden Gleichungen leicht ableiten wird:

$$\left.\begin{aligned} N^2 &= -\left(\frac{P_{,}^2 . M_{,}^2 - P_{,,}^2 . M_{,,}^2}{P'^2 . P_{,}^2 - P''^2 . P_{,,}^2}\right); \\ N^2 &= -\left(\frac{P_{,}^2 . M_{,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2}{P'^2 . P_{,}^2 - P'''^2 . P_{,,,}^2}\right); \\ N^2 &= -\left(\frac{P_{,,}^2 . M_{,,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2}{P''^2 . P_{,,}^2 - P'''^2 . P_{,,,}^2}\right). \end{aligned}\right\} \dots (73)$$

Ferner hat man:

$$\left.\begin{aligned} N^2 &= \frac{P_{,}^2 . M_{,}^2 - P_{,,}^2 . M_{,,}^2}{P'^2 . M'^2 - P''^2 . M''^2}; \\ N^2 &= \frac{P_{,}^2 . M_{,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2}{P'^2 . M'^2 - P'''^2 . M'''^2}; \\ N^2 &= \frac{P_{,,}^2 . M_{,,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2}{P''^2 . M''^2 - P'''^2 . M'''^2}. \end{aligned}\right\} \dots (74)$$

Endlich:

$$\left.\begin{aligned} N^2 &= -\left(\frac{P_{,}^2 . M_{,}^2 - P_{,,}^2 . M_{,,}^2}{M' . M_{,} - M'' . M_{,,}}\right); \\ N^2 &= -\left(\frac{P_{,}^2 . M_{,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2}{M' . M_{,} - M''' . M_{,,,}}\right); \\ N^2 &= -\left(\frac{P_{,,}^2 . M_{,,}^2 - P_{,,,}^2 . M_{,,,}^2}{M'' . M_{,,} - M''' . M_{,,,}}\right). \end{aligned}\right\} \dots (75)$$

Die Verbindung der Gleichungen (75) mit den respectiven Gleichungen (73) durch Division wird geben:

$$\left.\begin{aligned} K &= (P'^2 \,.\, P_{,}^2 + M' \,.\, M_{,})\,; \\ K &= (P''^2 \,.\, P_{,,}^2 + M'' \,.\, M_{,,})\,; \\ K &= (P'''^2 \,.\, P_{,,,}^2 + M''' \,.\, M_{,,,})\,; \end{aligned}\right\} \ldots (76)$$

wo K eine aus P und M symmetrisch zusammengesetzte Gröſse ist. Ihre Summe gibt:

$$K = \tfrac{1}{3} \,.\, [\Pi + M] \ldots\ldots (77)$$

Die vollständige Entwickelung eines der Ausdrücke für K gibt:

$$K = (2 \,.\, N^2 + P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 - M' M'' M''').$$

31. Aus den vorhergehenden Gleichungen werden sich jetzt die Gröſsen $W \Pi U M$ auf eine sehr leichte Art, durch PMN ausgedrückt, finden lassen. Die Rechnung wird auf nachstehende Resultate führen:

$$\left.\begin{aligned} W &= 2 \,.\, M' M'' M''' + P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 - N^2\,; \\ \Pi &= 2 .(P'^2 . P''^2 . P'''^2 - M' . M'' . M''') + N^2\,; \\ U &= 2 \,.\, M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} + P_{,}^2 \,.\, P_{,,}^2 \,.\, P_{,,,}^2 - N^4\,; \\ M &= N^2 + M' M'' M''' - P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2\,; \\ N^2 \,.\, M &= N^4 + M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} - P_{,}^2 \,.\, P_{,,}^2 \,.\, P_{,,,}^2 \,. \end{aligned}\right\} \ldots (78)$$

32. Diese Gleichungen geben endlich noch:

$$\left.\begin{aligned} P'^2 \,.\, P''^2 \,.\, P'''^2 &= \tfrac{1}{3} \,.\, (\Pi + W\,; \\ P_{,}^2 \,.\, P_{,,}^2 \,.\, P_{,,,}^2 &= \tfrac{1}{3} \,.\, (U + N^2 \,.\, \Pi)\,; \\ M' \,.\, M'' \,.\, M''' &= \tfrac{1}{3} \,.\, (M + W)\,; \\ M_{,} \,.\, M_{,,} \,.\, M_{,,,} &= \tfrac{1}{3} \,.\, (U + N^2 \,.\, M). \end{aligned}\right\} \ldots (79)$$

Aus den vorstehenden Gleichungen lassen sich durch mannigfaltige Verbindungen, so man unter ihnen treffen kann, noch eine groſse Anzahl, mitunter sehr einfache und symmetrische Relationen zwischen den Gröſsen PMN herleiten. Auch ist es leicht begreiflich, daſs eben diese Relationen zwischen den Gröſsen $\mathfrak{P}\mathfrak{M}\mathfrak{N}$ obwalten werden, und daſs man dieselben aus den vorstehenden sehr leicht ableiten könne, wenn man nur von den Relationen (19) und (20) Gebrauch macht.

VI.

Bemerkungen über Differenzialgleichungen und deren Integralien;

von

Joseph L. Raabe.

1. Hat man irgend eine Gleichung zwischen zwei veränderlichen Gröfsen x, y, und einer willkürlichen Constante a, so kann man sich aus derselben eine Differenzialgleichung erster Ordnung bilden, in welcher die willkürliche Constante nicht mehr vorkömmt, und die erstere Gleichung wird das vollständige Integrale der letzteren genannt. Bezeichnet man die erstere Integralgleichung durch

$$f(x, y) = a,$$

so ist, wenn der Kürze wegen df statt $df(x, y)$ gesetzt wird:

$$\frac{df}{dx} + \frac{df}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = 0$$

die ihr entsprechende Differenzialgleichung erster Ordnung. Überträgt man die Willkürlichkeit der Constante auf die der gegebenen Function $f(x, y)$, so ist auch

$$F\left(f(x, y)\right) = a,$$

wo F irgend eine willkürliche Function bezeichnet, das vollständige Integrale der Differenzialgleichung erster Ordnung. Diese letztere Gleichung, welche die Gleichung $f(x, y) = a$ als einen speciellen Fall enthält, wollen wir *allgemeines Integrale* der Differenzialgleichung erster Ordnung nennen.

2. Hat man ferner eine Gleichung zwischen denselben Variablen und zweien willkürlichen Constanten a, b,

die wir durch

$$f(x, y, a, b) = o$$

andeuten wollen, so kann man durch Verbindung derselben mit ihrem Differenziale

$$\frac{df}{dx} + \frac{df}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = o$$

bald die eine und bald die andere der willkürlichen Constanten eliminiren, wodurch sich zwei Differenzialgleichungen erster Ordnung ergeben, die wir durch

$$\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right) = a,$$

$$\psi\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right) = b,$$

wo φ und ψ bekannte Functionen sind, bezeichnen. Jede dieser zwei Gleichungen differenzirt, gibt eine und dieselbe Differenzialgleichung zweiter Ordnung, d. h. das Differenziale einer jeden dieser Gleichungen muſs denselben Werth für $\frac{d^2y}{dx^2}$ durch x, y, $\frac{dy}{dx}$ ausgedrückt, geben. Bezeichnet man diese Differenzialgleichung zweiter Ordnung durch

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = o,$$

so sind, wenn der Kürze wegen φ und ψ statt $\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right)$ und $\psi\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right)$ gesetzt wird, nicht nur $\varphi = a$ und $\psi = b$ vollständige Integralien erster Ordnung dieser Differenzialgleichung zweiter Ordnung, sondern auch jede willkürliche Function von φ und ψ, einer constanten Gröſse gleich gesetzt, wie

$$\omega(\varphi, \psi) = c,$$

wo ω die willkürliche Function, und c die willkürliche Constante vorstellt, ist ein vollständiges Integrale erster

Ordnung derselben Differenzialgleichung zweiter Ordnung. In der That, differenzirt man die letzte Gleichung, so hat man

$$\frac{d\omega}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dx} + \frac{d\omega}{d\psi} \cdot \frac{d\psi}{dx} = 0,$$

wo $\frac{d\varphi}{dx}$ und $\frac{d\psi}{dx}$ die Differenzialien von φ und ψ nach allen x vorstellen. Nun sind aber $\frac{d\varphi}{dx}$ und $\frac{d\psi}{dx}$ nichts anders als $F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right)$, nachdem man in den erstern Ausdrücken die von $\frac{d^2y}{dx^2}$ unabhängigen Factoren weggelassen hat, daher geht die letzte Gleichung über in

$$\left(\frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{d\omega}{d\psi}\right) F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0.$$

Da aber der Factor $\frac{d\omega}{d\varphi} + \frac{d\omega}{d\psi}$ kein $\frac{d^2y}{dx^2}$ enthält, so kann er auch keinen Einfluſs auf den Werth von $\frac{d^2y}{dx^2}$ ausüben; daher die Differenzialgleichung zweiter Ordnung, welche aus $\omega(\varphi, \psi) = c$ entspringt, nur der andere Factor, nämlich $F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0$ seyn kann; welche Gleichung dieselbe ist, die aus $\varphi = a$ und $\psi = b$ durch das Differenziren entsprungen ist.

Die Gleichung $\omega(\varphi, \psi) = c$ können wir ebenfalls die *allgemeine Integralgleichung* erster Ordnung der öfters erwähnten Differenzialgleichung zweiter Ordnung nennen.

3. Eben so ist klar, daſs wenn

$$F\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d^3y}{dx^3}\right) = 0$$

eine Differenzialgleichung dritter Ordnung vorstellt, und wenn ihre drei vollständigen Integralien zweiter Ordnung

$$\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = a,$$
$$\psi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = b,$$
$$\Phi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = c$$

sind, jede willkürliche Function der drei bekannten Functionen φ, ψ, Φ, gleich einer willkürlichen Constante gesetzt, ebenfalls ein vollständiges Integrale derselben Ordnung für die Differenzialgleichung dritter Ordnung ist., der man ebenfalls die Benennung eines *allgemeinen Integrals* beilegen kann. Ein Ähnliches gilt auch von den Differenzialgleichungen von höheren Ordnungen.

4. Die bis jetzt aufgestellten Integralien der Differenzialgleichungen sind, wie schon erwähnt wurde, die vollständigen Integralien derselben. Nimmt man in einem vollständigen Integrale einer Differenzialgleichung für die willkürliche Constante einen bestimmten numerischen Werth an, so entsteht ein sogenanntes particulares Integrale. Dieses Integrale hat mit dem vollständigen die Eigenschaft gemein, sämmtlichen Differenzialgleichungen, die man sich wie immer aus den vollständigen Integralien bilden kann, Genüge zu thun.

Aufser diesen Integralien gibt es aber noch eine Classe von Integralgleichungen, die diese Benennung nur für eine beschränkte Anzahl von Differenzialgleichungen, die man sich aus den vollständigen Integralien wie immer bildet, verdienen, d. h. es kann eine Differenzialgleichung von einer beliebigen Ordnung ein Integrale haben, und dieses Integrale kann den späteren Differenzialgleichungen oder den Differenzialgleichungen von höheren Ordnungen, die man sich auf was immer für eine Art aus der erstern gebildet hat, nicht mehr Ge-

nüge thun; diese Integralien wollen wir mit *Lagrange singuläre Integralien* nennen.

Daſs es wirklich solche Integralien gibt, bemerkten schon *Clairaut* und *Euler;* allein den Zusammenhang derselben mit den vollständigen Integralien nachzuweisen, gelang erst dem berühmten *Lagrange* in einer Abhandlung der Berliner Academie vom Jahre 1774. Später nahm *Lagrange* dieselbe Abhandlung mit einigen Abänderungen in seine *Leçons sur le calcul des fonctions* auf.

Nach *Lagrange's* Theorie also muſs das singuläre Integrale einer Differenzialgleichung nur durch einen gehörig gewählten variablen Werth der willkürlichen Constante aus dem vollständigen Integrale derselben hervorgehen. Wenn man daher von irgend einem Integrale einer Differenzialgleichung nachweisen kann, daſs es auch aus dem vollständigen Integrale durch Specialisirung der willkürlichen Constante hätte entstehen können, hört es auf, ein singuläres Integrale zu seyn, sondern ist bloſs ein particuläres.

Den umgekehrten Fall aber, nämlich wenn eine, einer Differenzialgleichung Genüge thuende Gleichung aus deren vollständigem Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung durch die Annahme eines variablen Werthes der willkürlichen Constante entsprungen ist, daſs diese Gleichung auch ein singuläres Integrale sey, wird nicht bewiesen, und in der That ist auch der umgekehrte Satz nicht wahr; denn betrachten wir nur eine Differenzialgleichung zweiter Ordnung, so wissen wir nach §. 2, daſs sie eine unendliche Anzahl von vollständigen Integralien erster Ordnung hat, die sämmtlich durch die willkürliche Function erzeugt werden; jedes derselben kann aus dem andern hervorgehen, wenn in letzterem die willkürliche Constante einen variablen Werth annimmt. Es sey z. B. die Differenzialgleichung zweiter

Ordnung

$$x\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}=0,$$

so ist ihr allgemeines Integrale erster Ordnung

$$\omega\left(x^2\frac{dy}{dx},\ y+x\frac{dy}{dx}\right)=a,$$

wo ω eine willkürliche Function der beiden Ausdrücke $x^2\frac{dy}{dx}$ und $y+x\frac{dy}{dx}$ vorstellt. Es wird mithin auch

$$x^2\frac{dy}{dx}+\left(y+x\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{2}}=a$$

ein vollständiges Integrale erster Ordnung der vorgelegten Gleichung zweiter Ordnung abgeben.

Befreit man diese Gleichung von dem gebrochenen Exponenten, so hat man

$$x^4\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-2ax^2\frac{dy}{dx}+a^2=y+x\frac{dy}{dx}.$$

Wollte man nun blofs aus dieser Gleichung nach der von *Lagrange* gelehrten Methode das singuläre Integrale der Differenzialgleichung zweiter Ordnung suchen, so dürfte man blofs die letztere nach a differenziren, wodurch man erhält

$$a=x^2\frac{dy}{dx}.$$

Diesen Werth von a in dieselbe Gleichung gesetzt, hat man

$$y+x\frac{dy}{dx}=0.$$

Diese Gleichung nun, obwohl sie durch keinen constanten Werth von a aus der Gleichung

$$x^2\frac{dy}{dx}+\left(y+x\frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{2}}=a$$

erzeugt werden kann, ist doch nur ein particuläres Integrale derselben Differenzialgleichung zweiter Ordnung,

wovon man sich durch das allgemeine Integrale erster Ordnung am leichtesten überzeugen kann.

Man kann daher, wenn eine vorgelegte Differenzialgleichung die erste Ordnung übersteigt, nicht aus einem einzigen unmittelbar vorhergehenden vollständigen Integrale derselben auf das singuläre Integrale derselben schliefsen, sondern, um versichert zu seyn, zu welcher Classe von Integralien die gefundene Auflösung gehört, ist es nöthig, das allgemeine Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung zu kennen.

Da man aber dadurch das Aufsuchen der singulären Integralien von dem Auffinden der vollständigen Integralien abhängig machen würde, und das letztere bis jetzt noch nicht bekannt ist, so kann man sich, um in diesem Falle gewisse Überzeugung zu haben, ob eine gefundene Auflösung einer Differenzialgleichung, welche die erste Ordnung überschreitet, ein singuläres oder particuläres Integrale sey, durch die Betrachtungen des folgenden Paragraphs helfen.

5. Wenn eine Differenzialgleichung n^{ter} Ordnung von der Form

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2} \cdots \frac{d^n y}{dx^n}\right) = 0$$

folgende vollständige Integralien der $(n-1)^{\text{ten}}$ Ordnung hat:

$$\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2} \cdots \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right) = a,$$

$$\psi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2} \cdots \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right) = b,$$

$$\Phi\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2} \cdots \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}\right) = c,$$

. . . .

so thut nach §. 3 auch jede willkürliche Function der bekannten Functionen φ, ψ, Φ etc., einer Constanten

gleich gesetzt, derselben vorgelegten Differenzialgleichung Genüge.

Stellt, wie oben, ω diese willkürliche Function vor, so ist das allgemeine Integrale der $(n-1)^{\text{ten}}$ Ordnung folgendes:

$$\omega(\varphi, \psi, \Phi, \text{etc.}) = A,$$

wo A die neue willkürliche Constante ist.

Aus dieser Gleichung kann man sich nun nach Belieben sowohl vollständige als particuläre Integralien bilden. Wird aus je zwei der so gebildeten Gleichungen die Gröſse $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ eliminirt, so erhält man eine Gleichung der $(n-2)^{\text{ten}}$ Ordnung, die ebenfalls ein vollständiges oder particuläres Integrale derselben Gleichung n^{ter} Ordnung abgeben muſs, oder die so erhaltene Gleichung wird der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge thun. Würde man hingegen eine Gleichung, die aus der allgemeinen Integralgleichung folgt, mit einer andern derselben Ordnung, die zwar der Vorgelegten Genüge thut, aber nicht als besonderer Fall in der Allgemeinen enthalten ist, ebenfalls durch Elimination von $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ verbinden, so ist es eben so einleuchtend, daſs das Resultat der Elimination keineswegs der vorgelegten Gleichung n^{ter} Ordnung Genüge thun kann; daher auch umgekehrt, wenn eine Gleichung, die aus der allgemeinen Integralgleichung folgt, mit einer von derselben Ordnung durch Elimination von $\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}}$ verbunden wird, und die resultirende Gleichung der vorgelegten nicht Genüge thut, man mit Gewiſsheit überzeugt ist, daſs die andere Gleichung derselben Ordnung in der allgemeinen Gleichung als kein besonderer Fall enthalten ist, und daher, wenn sie für sich der Vorgelegten n^{ter} Ordnung

dennoch Genüge leistet, sie nur ein singuläres Integrale seyn kann.

Wir wollen nun diese Betrachtungen auf unser voriges Beispiel anwenden.

Man habe die Differenzialgleichung zweiter Ordnung

$$x \frac{d^2 y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} = 0,$$

und ein vollständiges Integrale derselben erster Ordnung sey

$$x^2 \frac{dy}{dx} + \left(y + x \frac{dy}{dx}\right)^{\frac{1}{2}} = a,$$

so frägt es sich, ob die ebenfalls Genüge thuende Gleichung

$$y + x \frac{dy}{dx} = 0$$

ein particuläres oder ein singuläres Integrale sey?

Eliminirt man aus den zwei letzten Gleichungen $\frac{dy}{dx}$, so hat man die Endgleichung

$$xy = - a.$$

Da nun diese Gleichung ebenfalls der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge thut, so muſs die in Frage stehende Auflösung als ein specieller Fall in dem allgemeinen Integrale erster Ordnung enthalten seyn; daher ist sie auch kein singuläres, sondern, weil sie keine willkürliche Constante mit sich führt, nur ein particuläres Integrale.

Unsere vorhergehende Betrachtung erstreckt sich darum bloſs auf Differenzialgleichungen, welche die erste Ordnung übersteigen, weil jede Differenzialgleichung erster Ordnung nur ein einziges vollständiges Integrale von der nullten Ordnung hat; daher, wenn man dieses einzige Integrale kennt, man auch sogleich die Überzeugung haben kann, ob eine gefundene Auflösung der

Differenzialgleichung erster Ordnung eine particuläre oder singuläre sey.

6. Obwohl man nun mit Hülfe einer vollständigen Integralgleichung einer Differenzialgleichung, welche die erste Ordnung übersteigt, nach *Lagrange's* Verfahren nicht auslangt bei der Beurtheilung, ob eine vorgelegte Auflösung derselben Differenzialgleichung zur Classe der particulären oder singulären gehöre; so ist das erwähnte Verfahren doch mit grofsem Vortheile zu gebrauchen, wenn man sich solche Auflösungen verschaffen will, bei welchen erst nach dem im vorhergehenden Paragraphe angegebenen Verfahren untersucht werden mufs, zu welcher Classe von Integralien die besagten Auflösungen gehören.

Man kann daher *Lagrange's* Ansicht über singuläre Integralien als das Verfahren, und zwar als das einzig mögliche ansehen, um sich solche Auflösungen zu verschaffen. Dafs es in der That das einzig mögliche Verfahren ist, folgt aus den Betrachtungen, die *Lagrange* seinen Untersuchungen über diesen Gegenstand zu Grunde legt. Er spricht nämlich gleich im Anfange seiner Untersuchung aus: Man soll solche Auflösungen für die Differenzialgleichungen finden, die aus den vollständigen Integralien nur durch variable Werthe der willkürlichen Constante entstehen können; da nun jeder andere Werth der willkürlichen Constante nur particuläre Integralien erzeugt, so kann man auch mit dem *Lagrange'*-schen Verfahren keines der singulären Integralien, die etwa vorhanden sind, übersehen, vorausgesetzt, dafs man seine Methode auch gehörig anwendet.

7. Wir wollen nun, nachdem alles über die Art, wie man sich aus einem vollständigen Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung einer Differenzialgleichung die singulären Auflösungen der letztern zu verschaffen

habe, gesagt worden ist, auch den Theil dieses Gegenstandes berühren, wie man aus der vorgelegten Differenzialgleichung selbst erkennen kann, ob eine ihr Genüge thuende Auflösung ein particuläres oder singuläres Integrale sey.

In der funfzehnten Vorlesung der *Leçons sur le calcul des fonctions* weiset *Lagrange* sehr sinnreich nach, daſs man einer jeden Differenzialgleichung eine Form geben könne, bei welcher ihr Differenziale sich in zwei Factoren auflösen läſst, wo dann der eine dieser Factoren die Differenzialgleichung von nächst höherer Ordnung gibt, und der andere hier die Ordnung der vorgelegten Differenzialgleichung nicht überschreitet, sondern sie höchstens erreicht.

Dieser andere Factor nun, wenn er von derselben Ordnung als die vorgelegte selbst ist, und gleich Null gesetzt wird, gibt durch Elimination des höchsten Differenzialcoefficienten aus derselben und der vorgelegten Differenzialgleichung dieselbe Gleichung, die man erhalten hätte, wenn man aus einem vollständigen Integrale der vorgelegten Differenzialgleichung mit Hülfe der willkürlichen Constante sich eine Auflösung verschafft hätte. Es ist demnach das erstere Resultat eben so eine singuläre Auflösung, wie es das letztere ist. Hier verläſst uns aber die Methode des §. 5, um beurtheilen zu können, mit was für einer Auflösung man zu thun hat, indem wir hier bloſs die Differenzialgleichung, der die Auflösung Genüge thut, als bekannt voraussetzen, und keineswegs ein vollständiges Integrale derselben. Wir wollen daher, um auch in diesem Falle näheren Aufschluſs über die Sache zu haben, den Vortrag des *Lagrange* weiter verfolgen.

Nachdem man mit Gewiſsheit voraussetzt, daſs eine jede Differenzialgleichung so gestellt werden kann, daſs

ihr Differenziale sich in die zwei so eben erwähnten Factoren auflösen lasse, so gelangt man auch bald zum Schlusse, daſs in den Fällen, wo die vorgelegte Differenzialgleichung beim Differenziren solche Factoren nicht erzeugt, man dann bloſs aus der differenzirten Differenzialgleichung den höchsten Differenzialcoefficienten sich zu verschaffen, und solchen gleich $\frac{0}{0}$ zu setzen habe. Wäre z. B. die vorgelegte Differenzialgleichung von der zweiten Ordnung, und zwar von der Form:

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0,$$

so gibt das Differenziale derselben:

$$\frac{d^3y}{dx^3} \cdot \frac{df}{d \cdot \frac{d^2y}{dx^2}} + \frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{df}{d \cdot \frac{dy}{dx}} + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{df}{dy} + \frac{df}{dx} = 0,$$

also

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{df}{d \cdot \frac{dy}{dx}} + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{df}{dy} + \frac{df}{dx}}{\frac{df}{d \cdot \frac{d^2y}{dx^2}}} = \frac{0}{0}.$$

Eliminirt man nun aus dem Zähler, der gleich Null gesetzt wird, und aus der vorgelegten Differenzialgleichung die Gröſse $\frac{d^2y}{dx^2}$, und man erhält eine Gleichung, die mit derjenigen identisch seyn kann, welche man erhält, wenn man aus dem Nenner dieses Bruches und der vorgelegten Gleichung dieselbe Gröſse eliminirt; so ist diese Gleichung von derselben Natur, als jene, die man erhalten hätte, wenn die vorgelegte Differenzialgleichung von der Art wäre, daſs ihr Differenziale sich in die zwei besagten Factoren hätte auflösen lassen, und

man den einen dieser Factoren dazu benützt hätte, um sich eine Auflösung zu verschaffen.

Hieraus folgert nun *Lagrange*, dafs die singuläre Auflösung einer Differenzialgleichung das Charakteristische an sich hat, der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge zu thun, und die höchsten Differenzialcoefficienten der folgenden Differenzialgleichungen, die durch Differenziation aus der vorgelegten Gleichung entspringen, unbestimmt zu machen.

Hier glaube ich dasselbe aussprechen zu können, was ich in §. 6 angeführt habe, nämlich: dafs dieses blofs das Verfahren sey, um sich aus einer vorgelegten Differenzialgleichung ihre singuläre Auflösung verschaffen zu können, falls sie eine hat. Man kann aber noch keineswegs behaupten, dafs die auf diesem Wege gefundene Auflösung bestimmt ein singuläres Integrale sey.

Um nun auch in dem gegenwärtigen Falle entscheiden zu können, ob die erhaltene Auflösung eine singuläre sey oder nicht, müssen wir zu ihrem ersten Begriffe zurückkehren, vermöge welchem wir jene Auflösungen singuläre heifsen, die den folgenden Differenzialgleichungen, welche man sich aus der vorgelegten bildet, und mit derselben wie immer verbindet, endlich einmal aufhören Genüge zu thun.

Da nun die Bildung der folgenden Differenzialgleichungen, welche aus einer vorgelegten entspringen, auf sehr vielfache Art vollzogen werden kann, je nachdem man nämlich die folgenden Differenzialien der vorgelegten Gleichung wie immer unter einander und mit der vorgelegten combinirt; so will ich hier eine Methode angeben, nach der diese Verbindungen ausgeführt werden müssen, um dann in den Stand gesetzt zu seyn, etwas Be-

stimmtes über die Genüge thuende Auflösung aussprechen zu können.

8. Es sey die vorgelegte Differenzialgleichung von der zweiten Ordnung, und zwar von der Form

$$f\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}\right) = 0.$$

Differenzirt man diese, so hat man

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{\frac{d^2y}{dx^2} \cdot \frac{df}{d \cdot \frac{dy}{dx}} + \frac{dy}{dx} \cdot \frac{df}{dy} + \frac{df}{dx}}{\frac{df}{d \cdot \frac{d^2y}{dx^2}}}.$$

Nun verschaffe man sich eine Auflösung nach dem im vorigen Paragraphe angeführten Verfahren; bezeichnen wir diese durch

$$\varphi\left(x, y, \frac{dy}{dx}\right) = 0,$$

so wissen wir, daſs die letzte Gleichung den Werth von $\frac{d^3y}{dx^3}$ unbestimmt macht. Sucht man aber aus der vorgelegten Gleichung zweiter Ordnung den Werth von $\frac{d^2y}{dx^2}$, und setzt ihn in den Theil rechts des Gleichheitszeichens der zweiten Gleichung, so muſs sowohl Zähler als Nenner des Bruches dieser Gleichung die gefundene Auflösung als Factor enthalten. Kürzt man nun diesen Bruch durch den gemeinschaftlichen Factor ab, so wird der neue Werth von $\frac{d^3y}{dx^3}$ nicht mehr unbestimmt für die gefundene Auflösung werden. Nun untersuche man, ob die Auflösung, welche die letzte Gleichung vorstellt, der so vereinfachten Differenzialgleichung dritter Ordnung noch Genüge thue oder nicht. Findet das Letztere Statt, so ist letzte Gleichung bestimmt eine singuläre

Auflösung; denn wäre sie eine particuläre Auflösung, so müfste sie nach dem Begriffe der particulären Integralien ihr bestimmt Genüge thun. Findet aber das Erstere Statt, so läfst sich noch nicht entscheiden, zu welcher Classe von Auflösungen die in Untersuchung sich befindende gehört; sie kann nämlich eine particuläre Auflösung, oder eine singuläre von der Art seyn dafs sie auch der Differenzialgleichung dritter Ordnung Genüge thut. Ist sie jedoch eine Auflösung der letztern Art, so mufs sie nach dem vorhergehenden Paragraphe den Werth von $\frac{d^4 y}{d x^4}$, den man sich durch nochmalige Differenziation der zuletzt erhaltenen Gleichung verschaffen kann, unbestimmt machen. Geschieht diefs, so verfahre man wie im vorigen Falle, um durch Abkürzung des gemeinschaftlichen Factors das Unbestimmte wegzuschaffen. Macht sie den Werth von $\frac{d^4 y}{d x^4}$ nicht unbestimmt, sondern thut sie wirklich dieser Gleichung der vierten Ordnung Genüge, so ist sie eine particuläre Auflösung; denn es ist kein Grund vorhanden, warum sie nicht allen folgenden wie immer gebildeten Differenzialgleichungen Genüge thun soll.

Wenn aber unsere vorgelegte Auflösung den Werth von $\frac{d^4 y}{d x^4}$ unbestimmt macht, und man diese Unbestimmtheit durch Abkürzung des gemeinschaftlichen Factors gehoben hat, so verfahre man auf demselben Weg, den ich so eben angedeutet habe, um zu erforschen, zu welcher Classe von Auflösungen die vorgelegte gehört.

Man sieht hier sehr leicht ein, dafs das hier angegebene Verfahren keineswegs von der Art seyn wird, dafs es ohne Ende wiederholt werden müfste, um mit Gewifsheit etwas über die vorgelegte Auflösung aussprechen zu können; sondern diese Operation wird nur so oft

wiederholt werden müssen, als die erwähnte Auflösung Differenzialgleichungen von nächst darauf folgenden Ordnungen Genüge thun wird.

Übrigens sieht man auch leicht ein, daſs dieselben Betrachtungen, die ich hier bei einer Differenzialgleichung von zweiter Ordnung angestellt habe, sich auch auf eine Differenzialgleichung von beliebiger Ordnung werden anwenden lassen.

9. Ich will nun den Vortrag des vorigen Paragraphs durch einige Beispiele erläutern.

Erstes Beispiel.

Man habe die Differenzialgleichung erster Ordnung

$$4\left(y - x\frac{dy}{dx}\right)^2 = (x^2+y^2)^2\left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right),$$

und man wünscht die singulären Integralien derselben zu erhalten?

Differenzirt man die vorgelegte Gleichung, so hat man:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]\left(y\frac{dy}{dx}+x\right)(y^2+x^2)}{[4x^2-(y^2+x^2)^2]\frac{dy}{dx} - 4xy}.$$

Wir wollen nun zuerst sehen, welche Auflösungen der vorgelegten Differenzialgleichung den Bruch rechter Hand des Gleichheitszeichens auf $\frac{0}{0}$ reduciren.

Zu diesem Zwecke setze man zuerst den Nenner dieses Bruches der Nulle gleich, dadurch erhält man

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4xy}{4x^2-(x^2+y^2)^2}.$$

Setzt man diesen Werth von $\frac{dy}{dx}$ in die vorgelegte Gleichung, so erhält man, nachdem der gemeinschaftliche Nenner weggelassen worden, die Gleichung:

$$(y^2+x^2)^2(4-y^2-x^2)(y^2+x^2+2x)(y^2+x^2-2x)=0$$

Ein jeder dieser Factoren, gleich Null gesetzt, thut der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge.

Wir wollen nun auch noch sehen, welcher dieser Factoren zugleich den Zähler des besagten Bruches auf Null reducirt, denn nur jene kann man nach *Lagrange's* Theorie als singuläre Auflösungen ansehen.

Da es nur die zwei erstern Factoren thun, und die beiden letztern nicht, so schliefsen wir sie auch von unserer gegenwärtigen Betrachtung aus, und wollen daher blofs die beiden erstern untersuchen. Betrachten wir zuerst den Factor $4-y^2-x^2$, so frägt es sich, ob die Gleichung

$$y^2+x^2-4=0,$$

welche der vorgelegten Differenzialgleichung erster Ordnung Genüge thut, und den Werth von $\frac{d^2y}{dx^2}$, der aus derselben fliefst, unbestimmt macht, ein singuläres Integrale sey oder nicht?

Da im Zähler des besagten Bruches blofs der Factor $y\frac{dy}{dx}+x$ für die zuletzt erwähnte Auflösung verschwindet, so wollen wir auch den Werth von $\frac{dy}{dx}$, der aus der vorgelegten Gleichung fliefst, blofs in diesem Factor und in dem Nenner desselben Bruches setzen.

Aus der vorgelegten Gleichung folgt

$$\frac{dy}{dx}=\frac{4xy\pm(y^2+x^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(4-x^2-y^2)}}{4x^2-(x^2+y^2)^2},$$

daher

$$y\frac{dy}{dx}+x=\frac{x(x^2+y^2)(4-x^2-y^2)\pm y(y^2+x^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(4-x^2-y^2)}}{4x^2-(x^2+y^2)^2}.$$

Ferner wird der Nenner des besagten Bruches

$$=\pm(y^2+x^2)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(4-x^2-y^2)},$$

daher

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - \frac{2\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right](y^2 + x^2)\left[x(x^2 + y^2)(4 - x^2 - y^2) \pm y(y^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \sqrt{(4 - x^2 - y^2)}\right]}{\pm \left[4x^2 - (x^2 + y^2)^2\right](y^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \sqrt{(4 - x^2 - y^2)}}.$$

Kürzt man den Bruch mit $\pm \sqrt{(4 - x^2 - y^2)}$ ab, so erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - \frac{2\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right](y^2 + x^2)\left[y(y^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} \pm x(x^2 + y^2)\sqrt{(4 - x^2 - y^2)}\right]}{\left[4x^2 - (x^2 + y^2)^2\right](y^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Diese Gleichung kann man ebenfalls als die Differenzialgleichung zweiter Ordnung der vorgelegten erster Ordnung ansehen. Da nun die Auflösung $y^2 + x^2 - 4 = 0$ dieser Gleichung weder Genüge thut, noch den Werth von $\frac{d^2 y}{d x^2}$ auf $\frac{0}{0}$ reducirt, so ist die in Frage stehende Auflösung bestimmt kein particuläres Integrale, sondern eine singuläre Auflösung, und zwar bloſs für die Differenzialgleichung erster Ordnung.

Auf eben dem Wege wollen wir auch den zweiten Factor gleich Null gesetzt untersuchen, nämlich wir wollen sehen, zu welcher Classe von Auflösungen die Gleichung

$$x^2 + y^2 = 0,$$

welche der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge thut, und den obigen Werth von $\frac{d^2 y}{d x^2}$ auf $\frac{0}{0}$ reducirt, gehört.

In diesem Falle mufs man auch den Factor $1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ berechnen, weil auch dieser Ausdruck für die Annahme $y^2 + x^2 = 0$ verschwindet. Man hat, wenn man den vorigen Werth von $\frac{dy}{dx}$ zu Grunde legt:

$$1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \frac{(y^2+x^2)[16x^2 - 8x^2(x^2+y^2) + (4-x^2-y^2)(x^2+y^2)^2 + (y^2+x^2)^3 \pm 8xy(y^2+x^2)^{\frac{1}{2}} \sqrt{(4-x^2-y^2)}]}{[4x^2 - (x^2+y^2)^2]^2}$$

und daher hat man

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2z^3[x(4-z) \pm y\sqrt{(4-z)}][16x^2 - 8x^2z + (4-z)z^2 + z^3 \pm 8xyz^{\frac{1}{2}}\sqrt{(4-z)}]}{\pm z^{\frac{3}{2}}[4x^2 - z^2]^3\sqrt{(4-z)}},$$

wo der Kürze wegen z statt $x^2 + y^2$ gesetzt worden ist.

Kürzt man nun diesen Bruch mit $z^{\frac{3}{2}}$ ab, so geht er über in

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2z^{\frac{3}{2}}[x(4-z) \pm y\sqrt{(4-z)}][16x^2 - 8x^2z + (4-z)z^2 + z^3 \pm 8xyz^{\frac{1}{2}}\sqrt{(4-z)}]}{\pm[4x^2 - z^2]^3\sqrt{(4-z)}}.$$

Da nun dieser Bruch nicht mehr für die Annahme $y^2 + x^2 = 0$ oder $z = 0$ in $\frac{0}{0}$ übergeht, und der letztern Gleichung durch diese Annahme doch Genüge geschieht, so bleibt es noch zu entscheiden übrig, ob die besagte Auflösung eine singuläre oder particuläre sey?

Zuerst wollen wir diesen Bruch durch Abkürzung des gemeinschaftlichen Factors $\pm\sqrt{(4-z)}$

vereinfachen; man hat dann

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2z^{\frac{3}{2}}[y \pm x\sqrt{(4-z)}][16x^2 - 8x^2z + (4-z)z^2 + z^3 \pm 8xyz^{\frac{1}{2}}\sqrt{(4-z)}]}{(4x^2 - z^2)^3} \text{ oder}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{2[y \pm x\sqrt{(4-z)}][16x^2z^{\frac{3}{2}} - 8x^2z^{\frac{5}{2}} + (4-z)z^{\frac{7}{2}} + z^{\frac{9}{2}} \pm 8xyz^2\sqrt{(4-z)}]}{[4x^2 - z^2)^3}.$$

Wenn man diese Gleichung differenzirt, so müſste der Werth von $\frac{d^3y}{dx^3}$, der sich hieraus ergeben würde, noch unbestimmt bleiben, falls die Auflösung $y^2 + x^2 = 0$ eine singuläre wäre. Dieses könnte aber nur dann Statt haben, falls der Nenner des Bruches, durch welchen $\frac{d^3y}{dx^3}$ ausgedrückt seyn wird, irgend eine positive Potenz von $y^2 + x^2$ oder z enthalten möchte. Nun sieht man aber schon aus der Form von $\frac{d^2y}{dx^2}$, daſs das Letztere nicht Statt haben kann, daher ist die in Rede stehende Auflösung eine particuläre.

Man kann sich von dem hier Ausgesprochenen auch aus dem vollständigen Integrale der vorgelegten Differenzialgleichung erster Ordnung überzeugen. Dieses Integrale ist

$$(1 + b^2)(y^2 + x^2) + 2(2by + (1 - b^2)x) = 0,$$

wo b die Constante der Integration bedeutet.

Differenzirt man diese Gleichung nach b, so hat man:

$$b(y^2 + x^2) + 2y - 2bx = 0,$$

und hieraus

$$b = -\frac{2y}{y^2 + x^2 - 2x}.$$

Dieser Werth von b in die Integralgleichung gesetzt, gibt:

$$(y^2 + x^2)(4 - x^2 - y^2) = 0.$$

Der eine dieser Factoren,

$$x^2 + y^2 - 4 = 0,$$

ist wirklich ein singuläres Integrale; denn setzt man den Werth von y aus dieser Gleichung in die vollständige Integralgleichung, so hat man

$$b = -\sqrt{(4 - x^2)};$$

d. h. die willkürliche Constante kann nur einen variablen Werth annehmen, um die besagte Auflösung zu erhalten, daher ist diese auch eine singuläre.

Setzt man hingegen den andern Factor gleich Null, nämlich

$$x^2 + y^2 = 0,$$

und substituirt den Werth von y, nämlich $x\sqrt{-1}$, in die vollständige Integralgleichung, so erhält man

$$b = -\frac{1}{\sqrt{-1}},$$

daher die Auflösung $x^2 + y^2 = 0$ keine singuläre, sondern nur eine particuläre seyn kann, wie wir es schon früher gesehen haben.

Zweites Beispiel.

Man habe die Differenzialgleichung erster Ordnung

$$\frac{dy}{dx} + x^2 = (1 - x^3 - 3y)^{\frac{2}{3}},$$

welcher die Auflösung $1 - x^3 - 3y = 0$ Genüge thut; wir sollen nun untersuchen, ob diese eine singuläre oder eine particuläre sey.

Differenzirt man die vorgelegte Gleichung, so erhält man

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - \frac{2\left[x\,(1 - x^3 - 3y)^{\frac{1}{3}} + x^2 + \frac{dy}{dx}\right]}{(1 - x^3 - 3y)^{\frac{1}{3}}}.$$

Da für die erwähnte Auflösung der Werth von $\frac{d^2 y}{d x^2}$ in $\frac{0}{0}$ übergeht, so substituire man in die letzte Gleichung den Werth von $\frac{dy}{dx}$, der sich aus der vorgelegten ergibt; dadurch geht die letzte Gleichung über in

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - \frac{2\left[x\,(1 - x^3 - 3y)^{\frac{1}{3}} + (1 - x^3 - 3y)^{\frac{2}{3}}\right]}{(1 - x^3 - 3y)^{\frac{1}{3}}}$$

Kürzt man Zähler und Nenner dieses Bruches mit $(1 - x^3 - 3y)^{\frac{1}{3}}$ ab, so erhält man

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = - 2\left[x + (1 - x^3 - 3y)^{\frac{1}{3}}\right].$$

Da nun der Werth von $\frac{d^2 y}{d x^2}$ für die besagte Auflösung nicht mehr unbestimmt ist, sondern vielmehr der Differenzialgleichung zweiter Ordnung durch dieselbe Auflösung Genüge geschieht, so kann man noch nicht entscheiden, mit welcher Auflösung man hier zu thun hat; diese Auflösung kann nämlich eben so gut ein particuläres als ein singuläres Integrale abgeben. Ist sie aber das letztere, so mufs sie von der Art seyn, dafs, nebstdem sie eine Auflösung der vorgelegten Differenzialgleichung erster Ordnung ist, sie bestimmt auch der wie immer aus derselben gebildeten Differenzialgleichung zweiter Ordnung Genüge thut.

Schreiten wir daher zu einer nochmaligen Differen-

ziation der letzten Gleichung, so hat man

$$\frac{d^3y}{dx^3} = -\frac{2\left[(1 - x^3 - 3y)^{\frac{2}{3}} - x^2 - \frac{dy}{dx}\right]}{(1 - x^3 - 3y)^{\frac{2}{3}}}.$$

Hier sieht man, daſs $\frac{d^3y}{dx^3}$ ebenfalls in $\frac{0}{0}$ für die erwähnte Auflösung übergeht. Da aber, wenn aus der vorgelegten Gleichung der Werth von $\frac{dy}{dx}$ in diese letztere substituirt wird, man $\frac{d^3y}{dx^3} = 0$ erhält, und die in Rede stehende Auflösung $\frac{d^3y}{dx^3} = -2$ gibt, so thut sie der Differenzialgleichung dritter Ordnung nicht Genüge, daher sie eine singuläre Auflösung von oben erwähnter Art seyn wird.

Man kann sich auch sehr leicht aus dem vollständigen Integrale der vorgelegten Differenzialgleichung erster Ordnung von dem hier Ausgesprochenen überzeugen. Ich übergehe es hier, indem die Integration, wie aus der Gleichung $\frac{d^3y}{dx^3} = 0$ zu ersehen ist, sehr leicht bewerkstelliget werden kann.

10. Das Verfahren des §. 8, um über eine vorgelegte Auflösung einer Differenzialgleichung entscheiden zu können, mit was für einer Auflösung man zu thun hat, kann man auch sehr gut brauchen, um eine Differenzialgleichung von beliebiger Ordnung in eine andere von nächst höherer Ordnung zu umwandeln, die in sehr vielen Fällen wenigstens leichter integrirt werden kann, als die vorgelegte selbst, und wenn diese Integration gelingt, kann man mit Hülfe der vorgelegten Differenzialgleichung das vollständige Integrale von unmittelbar vorhergehender Ordnung dieser letzten Gleichung ohne

grofse Mühe, nämlich durch das einfache Verfahren der Elimination, sich verschaffen.

Da das hier ausgesprochene blofs als Kunstgriff in dem Integral-Calcul angesehen werden kann, so kann ich keineswegs im Allgemeinen etwas darüber sagen, sondern ich werde diesen Kunstgriff blofs bei einigen Beispielen versuchen, die ich hier gleich folgen lasse.

Erstes Beispiel.

Man habe die Differenzialgleichung erster Ordnung

$$\left(x\frac{dy}{dx}-y\right)\left(x\frac{dy}{dx}-2y\right)+x^3=0,$$

und es soll das vollständige Integrale derselben gefunden werden.

Differenzirt man diese Gleichung, so hat man

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2-y\frac{dy}{dx}-3x^2}{x\left(2x\frac{dy}{dx}-3y\right)}.$$

Der Werth von $\frac{d^2y}{dx^2}$ geht in $\frac{0}{0}$ über für die der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge thuende Auflösung

$$y^2-4x^3=0.$$

Aus der vorgelegten Gleichung folgt aber

$$\frac{dy}{dx}=\frac{3y\pm\sqrt{(y^2-4x^3)}}{2x}.$$

Substituirt man diesen Werth von $\frac{dy}{dx}$ in den Bruch, durch welchen $\frac{d^2y}{dx^2}$ gegeben ist, so erhält man

$$\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{y^2-4x^3\pm y\sqrt{(y^2-4x^3)}}{\pm x^2\sqrt{(y^2-4x^3)}}.$$

Kürzt man Zähler und Nenner des Bruches rechter Hand des Gleichheitszeichens durch $\pm\sqrt{(y^2-4x^3)}$ ab,

so erhält man

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{y \pm \sqrt{(y^2 - 4x^3)}}{x^2}.$$

Aus der Gleichung, welche $\frac{dy}{dx}$ bestimmt, folgt aber

$$\pm \sqrt{(y^2 - 4x^3)} = 2x \frac{dy}{dx} - 3y.$$

Wenn man daher diesen Werth in die vorige Gleichung setzt, so erhält man

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{2\left(x \frac{dy}{dx} - y\right)}{x^2}.$$

Jeder Theil dieser Gleichung ist ein vollständiges Differenziale, daher durch Integration:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} + a,$$

wo a die willkürliche Constante der Integration ist.

Verbindet man nun diese Gleichung mit der vorgelegten durch Elimination von $\frac{dy}{dx}$, so erhält man nach allen gehörigen Reductionen

$$a(y + ax) + x^2 = 0$$

zum vollständigen Integrale der vorgelegten Differenzialgleichung erster Ordnung.

Zweites Beispiel.

Man habe die Differenzialgleichung erster Ordnung

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(x + \frac{x^3}{2}\right)\frac{dy}{dx} - (1 + x^2)y - \frac{x^4}{16} = 0,$$

und es soll das vollständige Integrale derselben gefunden werden.

Differenzirt man dieselbe, so hat man:

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = \frac{2xy + \frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{2} \cdot \frac{dy}{dx}}{x + \frac{x^3}{2} + 2 \cdot \frac{dy}{dx}}.$$

Dieser Werth von $\frac{d^2 y}{dx^2}$ geht in $\frac{0}{0}$ über für die der vorgelegten Differenzialgleichung Genüge thuende Auflösung:

$$16y + 4x^2 + x^4 = 0.$$

Nun folgt aber aus der vorgelegten Gleichung:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4}[-(2x + x^3) \pm \sqrt{(1 + x^2)}\sqrt{(16y + 4x^2 + x^4)}];$$

mithin, durch Substitution in dem Ausdrucke von $\frac{d^2 y}{dx^2}$, erhält man:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{x(16y + 4x^2 + x^4) \mp x^2 \sqrt{(1 + x^2)}\sqrt{(16y + 4x^2 + x^4)}}{\pm 4\sqrt{(1 + x^2)}\sqrt{(16y + 4x^2 + x^4)}},$$

oder durch Abkürzung des gemeinschaftlichen Factors $\pm \sqrt{(16y + 4x^2 + x^4)}$ hat man:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{-x^2 \sqrt{(1 + x^2)} \pm x\sqrt{(16y + 4x^2 + x^4)}}{4\sqrt{(1 + x^2)}}.$$

Aus der Gleichung, durch welche $\frac{dy}{dx}$ gegeben ist, folgt aber

$$\pm \sqrt{(16y + 4x^2 + x^4)} = \frac{4\frac{dy}{dx} + 2x + x^3}{\sqrt{(1 + x^2)}},$$

daher geht die obige Gleichung über in

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{x^2 + 4x\frac{dy}{dx}}{4(1 + x^2)}$$

oder in

$$4(1 + x^2)\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} = x^2.$$

Diese Gleichung ist linear in Bezug auf $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2 y}{dx^2}$, und man wird gewiſs weniger Schwierigkeiten haben, um zum Integrale derselben zu gelangen, als man haben wird, wenn man die Vorgelegte selbst integriren wollte. In der That gibt uns *Lagrange* in seiner Functionenlehre Mittel an, solche Differenzialgleichungen in

vielen Fällen integriren zu können. Ein solcher Fall von *Lagrange* wäre auch folgender:

Wenn man zwei particuläre Integralien der Gleichung

$$4(1+x^2)\frac{d^2y}{dx^2}-4x\frac{dy}{dx}=0$$

sich verschaffen kann, so kann man sehr leicht zum vollständigen Integrale der vorigen Gleichung gelangen.

Es läſst sich aber die letzte Gleichung sogar vollständig integriren; denn man kann sie auch folgender Maſsen stellen:

$$\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\frac{dy}{dx}}=\frac{x}{1+x^2},$$

und integrirt:

$$l\,.\,\frac{dy}{dx}=l\sqrt{(1+x^2)}+l\,a$$

$$\text{oder}\quad\frac{dy}{dx}=a\sqrt{(1+x^2)},$$

wo a die Constante der Integration bedeutet.

Das Integrale dieser letzten Gleichung ist

$$y=\frac{ax\sqrt{(1+x^2)}}{2}+\frac{a}{2}\,l\,[x+\sqrt{(1+x^2)}]+b,$$

wo b die neue Constante der Integration ist.

Da man nun das vollständige Integrale der erwähnten Gleichung hat, so wird es auch keine Schwierigkeiten haben, das vollständige Integrale der vorgelegten zu erhalten. (Man sehe hierüber *Théorie des fonctions analytiques*, pag. 84 und 85.)

Drittes Beispiel.

Man habe die Differenzialgleichung zweiter Ordnung

$$x\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2-2\frac{dy}{dx}\cdot\frac{d^2y}{dx^2}+x=0,$$

und man wünscht ein vollständiges Integrale derselben ersten Ordnung zu kennen.

Differenzirt man diese Gleichung, so hat man

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 - 1}{2\left(x\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx}\right)}.$$

Hier geht $\frac{d^3y}{dx^3}$ in $\frac{0}{0}$ über für die der vorgelegten Gleichung Genüge thuenden Auflösung

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2 = 0.$$

Aus der vorgelegten Gleichung folgt aber

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\frac{dy}{dx} \pm \sqrt{\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2\right)}}{x}.$$

Diesen Werth in die Gleichung dritter Ordnung gesetzt, hat man:

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2 \pm \frac{dy}{dx}\sqrt{\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2\right)}}{\pm x^2\sqrt{\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2\right)}};$$

und den Bruch rechter Hand des Gleichheitszeichens mit $\pm\sqrt{(y'^2 - x^2)}$ abgekürzt, hat man:

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{\frac{dy}{dx} \pm \sqrt{\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2\right)}}{x^2}.$$

Aus der Gleichung, welche $\frac{d^2y}{dx^2}$ bestimmt, folgt aber

$$\pm\sqrt{\left(\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - x^2\right)} = x\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx},$$

daher durch Substitution

$$\frac{d^3 y}{d x^3} = \frac{x \frac{d^2 y}{d x^2}}{x^2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{\frac{d^3 y}{d x^3}}{\frac{d^2 y}{d x^2}} = \frac{1}{x},$$

und durch Integration

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = a x,$$

wo a die Constante der Integration ist.

Diesen Werth von $\frac{d^2 y}{d x^2}$ in die vorgelegte Gleichung gesetzt, erhält man

$$a^2 x^2 - 2 a \frac{d y}{d x} + 1 = 0$$

als vollständiges Integrale erster Ordnung der vorgelegten zweiter Ordnung.

11. Sämmtliche Beispiele des vorigen Paragraphs habe ich aus *Lagrange's Leçons sur le calcul des fonctions* gezogen; obwohl sie sich auch auf andern Wegen integriren lassen, so verdient doch die gleiche Art der Behandlung derselben einige Aufmerksamkeit. Das Ganze des bei denselben gebrauchten Verfahrens beruht auf dem von *Lagrange* aufgestellten Satze: dafs man eine jede Differenzialgleichung so stellen kann, dafs ihr Differenziale sich in zwei Factoren auflösen läfst, von denen einer, gleich Null gesetzt, die eigentliche Differenzialgleichung von nächst höherer Ordnung vorstellt, der aber ganz befreiet von den singulären Integralien der vorgelegten Gleichung ist. Nun gibt aber *Lagrange* kein Verfahren an, wie solches bewerkstelliget werden kann; auch wir haben, wie aus den obigen Beispielen zu ersehen ist, kein Verfahren angegeben, wie die vorgelegte

Differenzialgleichung gestellt werden muſs, damit ihr Differenziale von der erwähnten Eigenschaft sey, sondern wir haben bloſs gezeigt, wie man zu dem besagten Factor gelangen kann, die vorgelegte Differenzialgleichung mag nach Belieben gestellt seyn.

Man könnte diesem Verfahren vielleicht den Vorwurf machen, daſs es nur bei einigen Beispielen erprobt worden ist, und daher nicht im Allgemeinen das so eben Ausgesprochene erzwecken wird. Um es daher von diesem Vorwurfe zu befreien, kann ich nur auf *Lagrange's* Theorie der singulären Integralien, besonders auf die funfzehnte Vorlesung seiner *Leçons* zurückweisen, wo streng nachgewiesen wird, daſs in jenen Fällen, wo Differenzialgleichungen singuläre Auflösungen haben, und die erstern von der Art sind, daſs ihre Differenzialien keine Factoren enthalten, die befreit von den höchsten Differenzialcoefficienten wären, man sich dann durch die Annahme, daſs der höchste Differenzialcoefficient gleich $\frac{0}{0}$ wird, diese Factoren verschaffen kann.

Daſs das Verfahren des vorigen Paragraphs bloſs auf diesem Satze beruht, ersieht man sehr leicht aus den dortigen Beispielen, daher man auch immer in Stand gesetzt werden kann, aus einer vorgelegten Differenzialgleichung sich eine andere von nächst höherer Ordnung zu verschaffen, die von den singulären Integralien der vorgelegten ganz befreiet ist. Dadurch wird in vielen Fällen die zu integrirende Differenzialgleichung von nächst höherer Ordnung sehr vereinfacht, wobei es dann leichter angeht, auf ihr Integrale zu schlieſsen.

VII.

Über die wässerigen Meteore auf den Zipser Alpen in Ungarn;

vom

Dr. *G. C. Rumy*.

(Ein Beitrag zur vaterländischen Meteorologie.)

Erster Abschnitt.

Von dem Regen.

Es war in den vorigen Jahrhunderten eine, unter den damals lebenden Naturforschern sehr ernstliche Frage: *Ob alles Wasser der Flüsse und Ströme, welches ununterbrochen in die Meere abgeleitet wird, in den Wolken allein erzeugt werde, oder ob nicht auch das Meerwasser, durch unterirdische Canäle gegen das feste Land geleitet, da wieder, wiewohl geläutert, zum Vorschein komme, erst Quellen, dann Bäche, und endlich Flüsse und Ströme zu Tage fördere?* Das Wort *Meerauge*, das in vorigen Zeiten, und auch gegenwärtig noch in mehreren Gebirgsländern nicht ohne Bedeutung ist, scheint offenbar im Sinne der letztern Meinung genommen werden zu müssen; denn es waren noch vor nicht langer Zeit mehrere Menschen in der Zips *), die im ganzen Ernste, mit einer angenommenen gelehrten Miene die Fabel von einer vollgepackten Kiste, die bei Gelegenheit eines Seesturms versunken, und, wer weiſs wie viele Jahre darnach auf den Alpen hervorgequollen und in einem Alpensee angetroffeu und erkannt worden sey,

---

*) Die *Zips* oder Zipser Gespannschaft, oder Zipser Comitat, *Szepes Vármegus, Comitatus Scepusiensis,* in Oberungarn diesseits der Theiſs.

für eine gediegene, durch mehrere Zeugen verbürgte Wahrheit ausgaben. Jetzt, da die Naturkunde mit grossem Erfolg bearbeitet, und von Jahr zu Jahr mit neuen Entdeckungen bereichert wird, können die Fabeln, wie die obige, so wenig als die noch ältere, z. B. von Enten die auf Bäumen wachsen, Beifall finden; selbst die Meinung vom Hervorquellen des Meerwassers in Gebirgsseen wird, so viel ich weiſs, von keinem Naturlehrer mehr angenommen oder vertheidigt, sie ist nur das Eigenthum unwissender Schulmeister, die das erwähnte Wort *Meerauge* irre führt, und nicht begreifen können, woher das Wasser oben in Gebirgsseen komme?

Nach dem Stande der Naturkunde unserer Tage ist kein anderes Wasser in Quellen, Bächen und Flüssen, als das, was aus den Wolken in allerlei Gestalt auf die Erde gelangt, und die eigentlichen Wasserbehälter sind gerade die höchsten, steilsten und von harten Felsen zusammengesetzten Gebirge, deren Gipfel oft die Wolken übersteigen, und in einer kalten Temperatur da oben zu einer unnützen Wüstenei verurtheilt zu seyn scheinen. Denn eben solche Berge ziehen die Dünste kräftig an, die, wenn sie nicht von Winden zerstreut werden, in der höhern Region sehr geschwinde ihr Maximum erreichen, und in Wolkengestalt erscheinen. Ein jeder, der in der Nähe hoher Berge sich lange genug aufgehalten hat, wird die Erfahrung gemacht haben, daſs ihre Gipfel selten von Wolken entblöſst gesehen werden können, und die Alpenbesteiger klagen gewöhnlich über die lästigen Nebel, die sie auf ihren Wegen einhüllen, und ihnen die nöthige Aussicht benehmen. Unbegreiflich ist es für gewisse Menschen, wie sich Nebel in wenigen Minuten erzeugen, in eben so kurzer Zeit vermehren, und nach den heitersten schönsten Morgenstunden, noch ehe die Sonne die Mittagslinie er-

reicht hat, ein ganzes hoch aufgethürmtes Gebirge so dicht bedecken können, daſs es für den Beobachter so gut als verschwunden ist. Gewöhnlich ereignen sich solche Scenen in warmen Sommertagen, wenn fruchtbare Regen mit warmen Sonnenblicken abwechseln; die Luſt heitert sich nach jedem milden, aber vorübergehenden Regen schnell aus, an den Seiten der Berge aber kommen hin und her kleine unbedeutende Nebel in Flockengestalt zum Vorschein, die sich mit jedem Augenblicke vermehren, und endlich ganze groſse Flächen durch ihre Schatten verdunkeln. Sie gewähren unter solchen Umständen dem Zuschauer das Bild der Schöpfung aus einem scheinbaren Nichts, und nicht selten eines eben solchen Vergehens des Gewesenen. Der Kundige sowohl als der Unkundige verweilen mit Wohlbehagen bei so einem Schauspiel des Entstehens und Vergehens, so lange es ihnen neu ist; die Alpenbewohner aber, von jeher daran gewöhnt, bleiben dabei gleichgültig, diejenigen ausgenommen, die aus der Gestalt und Bewegung der Nebel die nachfolgende Witterung errathen wollen.

Nur da, wo sich Dünste anhäufen, Nebel und Wolken vor Jedermanns Augen erzeugen, ist bei günstigen Umständen der Erfolg leicht zu berechnen; sie müssen sich bald mehr bald weniger ergieſsen, selbst wenn es in der Ebene trocken ist, am häufigsten aber um die Scheitelungspuncte herum. Regen ist demnach in und zwischen Alpen die gewöhnlichste Erscheinung im Sommer; aus dieser Ursache ist da der Boden niemals trocken, sondern immer feucht, so daſs die dasigen Gewächse gerade in den wärmsten Sommern, wenn es anderwärts sehr wenig regnet, am besten gedeihen und reifen Samen tragen, da sie sonst bei naſskalter Witte-

rung wohl blattreicher werden, aber weder vollkommene Blüthen noch Samen erzeugen.

Gegen die Behauptung, daſs das Wasser aus den Wolken, welches in Alpengegenden häufig herabströmt, die Quellen und Flüsse unterhalte, könnte man einwenden, daſs auch die mildesten, oft wiederkehrenden Regen diesen Segen für das Land nicht bewirken können, weil das Regenwasser von steilen felsigen Höhen sich geschwinde verlauft, und nicht Zeit genug hat in den Boden einzudringen, um dann an andern Stellen hervorzuquellen. Dieser Einwurf, so scheinbar er ist, gilt doch nur den Thonhügeln am Ausgange der Gebirge, denn der Thon, als eine dichte Materie, läſst das Wasser nicht tief eindringen; es muſs nach Verschiedenheit der örtlichen Gestaltung bald schneller, bald langsamer in die Thäler herabfließen, und in kurzer Zeit wieder verschwinden, so daſs auf solchen Hügeln nur selten Quellen und Bäche zum Vorschein kommen können. Wie ganz anders aber ist es auf Bergen, deren Felsen zu Tage ausgehen, und kaum zur Nothdurft mit einer leichten, mag seyn auch fruchtbaren, Erdart bedeckt sind; denn da sinkt das Regenwasser ohne Hindernisse bis auf den klüftigen Felsengrund, und gleitet nicht durchaus an der Oberfläche herab, sondern folgt zum Theil den Rissen und Spalten bis in die Tiefen nach; daher kömmt man in Gebirgen auf felsigen Grund, man mag graben wo man will, bald früher, bald später auf Wasser, welches beim Grubenbau lästig, beim Brunnengraben aber erwünscht ist.

In den Alpen kommen, auſser dem jetzt Angezeigten, noch andere Umstände dazu, die den häufigen Quellen günstig sind. Abgesehen vom Schnee, von welchem weiter unten die Rede seyn wird, und abgesehen davon, daſs es hier, wie allgemein bekannt ist, mehr

regnet als auf secundären Bergen, so haben die Thäler der Zipser Alpen eine ganz eigene Gestaltung, indem sie bis zu ihrem Ausgange in die Ebene mit Trümmern der von den Gipfeln herabgestürzten Steinblöcke bedeckt und gleichsam besäet sind. In einem so geformten Boden kann das Wasser, mag es auch oft und viel regnen, und von den Höhen stromweise herabfliefsen, doch nicht so schnell, wie in einem andern, sich verlaufen, aber auch die stärksten Regengüsse, wenn sie sich tief in die Alpen ereignen, können aus dem angeführten Grunde selten eine grofse Überschwemmung verursachen; dagegen sind jene gefährlich, die an ihren Füfsen beginnen, und bis in die untern Wälder herabreichen, denn hier finden die wilden Ströme weniger Hindernisse, reissen alles mit sich fort, und richten grofse Verwüstungen an.

So sind die Trümmer von zerstörten Felsenmassen, die den Alpenthälern ein so grauses Ansehen geben, und den Wanderer unmuthig machen, wenn er über sie seinen Weg fortsetzen mufs, ein wohlthuendes Mittel, die Gewalt des tobenden Wassers aufzuhalten und es unschädlich durch sich abfliefsen zu lassen. Die Natur, die sich überall gleich ist, hat hier eine todte Gewalt, die blofs durch ihre Festigkeit und Schwere etwas zu leisten vermag, der so wirksamen des fluthenden Wassers entgegen gestellt, so dafs keine die andere ganz zu überwältigen vermag. Ein heftiger und anhaltender Regen, so wie der vom Jahre 1813, kann wohl grofse Granitblöcke in Bewegung setzen, sie gegen einander treiben, und durch sich selbst zerstückeln lassen, dann aber sie zu einer desto leichteren Beute machen, und sie weit herab ins Land verführen, um der nachfolgenden Gewalt seines verschwisterten Elements weite und breite Bahn zu machen: allein eben diese tobende Gewalt, die im Ausgange des Thals alle Hindernisse überwunden und

mit sich fortgerissen hat, blieb da oben, von woher ihre Fluthen kamen, nicht unthätig, sie stürzte die zerklüfteten Felsen, zum Ersatz der fortgerissenen, in die Tiefe herab, brauste schäumend durch sie hindurch, und je mehrere und gröſsere Trümmer sie in ihr Gefolge mitnahm, um so vielmehr verrammelte sie sich selbst ihren aufs neue vorgehabten Durchbruch in die Ebenen herab; zurückprallend muſste sie sich in das Schicksal, welches alle frühern Wassergewalten erlitten haben, fügen, und dem, nicht von Menschen, sondern von dem über alles waltenden Urheber der Natur festgestellten Gleichgewichte huldigen.

Kurzsichtige Menschen, die die groſsen Naturanstalten nicht begreifen, sind gewöhnlich unzufrieden, wenn sie in Alpengegenden bald von anhaltenden Regen, bald von lästigen Winden geplagt werden; gleichwohl sind diese sowohl als jene nicht nur wohlthätig, sondern sogar nothwendig. Nur ein Jahr auf Alpen kein Regen, und der Erfolg davon würde fürchterlich seyn; ich getraue mir es zu behaupten, daſs die warmen Striche Ungarns an der Theiſs, besonders wo der Flugsand vorherrschend ist, sehr bald verödet würden, wenn nicht von Zeit zu Zeit Wasserdünste in sichtbarer und unsichtbarer Gestalt von Winden, in den Zipser Alpen erzeugt, dahin gebracht würden. Ich will hierüber nichts weiter sagen, denn die Sache ist dem Kundigen nicht fremd, dem nachdenkenden Manne aber, wenn er auch nicht gelehrter Naturforscher ist, kann es genug seyn, einen Fingerzeig erhalten zu haben; ist er auf ordentliche sowohl als auſserordentliche Erscheinungen aufmerksam, so kann er es lernen, mit sich selbst und mit der Natur zufrieden zu seyn. Aus welchem Gesichtspuncte soll man aber die groſsen Regengüsse, die in der Zips, wenn sie nicht allgemein, sondern local auf ein kleines Revier

beschränkt und doch mächtig sind, *Wolkenbrüche* heissen, betrachten? Ich kenne den Schaden, den sie anrichten, und das Klagen der Menschen darüber, und doch muſs man, wenn Schaden und Nutzen abgewogen werden, am Ende bekennen, daſs das Ganze dabei nicht nur gewinnt, sondern daſs sogar die Natur, so wie sie ist, ohne Anlagen zu dergleichen ungewöhnlichen Ergieſsungen nicht bestehen könnte. Etwas zur Befriedigung miſsvergnügter Menschen werde ich weiter unten anzuführen Gelegenheit haben; jetzt aber will ich das Geschichtliche, was ich in Hinsicht groſser Wasser-Revolutionen theils selbst erfahren, theils auf anderen Wegen erforscht habe, ausführlicher anzeigen.

Der schwedische Professor und Arzt Dr. *Wahlenberg*, ein ausgezeichneter Botaniker, der die Zipser Alpen, so wie die lappländischen und Schweizer Alpen bereiste, hat in seiner *Flora Carpatorum principalium* *) eine Parallele zwischen den lappländischen, Schweizer und Zipser Alpen gezogen, nach welcher die ersten von den Sommergewittern das wenigste, die letzten dagegen das meiste leiden sollen, mehr noch als die schweizerischen, die er wegen der Fruchtbarkeit des Bodens den übrigen vorzieht. Das Urtheil über das lappländische Alpengebirg dürfte wohl allgemein als richtig anerkannt werden, auch die gerühmte Fruchtbarkeit der Schweizerthäler will ich nicht bezweifeln; wenn es aber auf die Vergleichung der Gewitterregen in der Zips und in der Schweiz ankömmt, da dürfte der unbefangene Forscher der Behauptung des Doctors *Wahlenberg* nicht unbedingt beipflichten. Dieser gelehrte Mann hatte das Unglück, gerade in dem nassen Jahre 1813 die Zipser Alpen zu bereisen, wurde sehr oft ganz durchnäſst, und

---

*) Göttingen, bei *Vandenhoek* und *Ruprecht*, 1814, 396, p. 8.

war im August und September Augenzeuge von ungewöhnlichen Überschwemmungen, dergleichen er freilich im Norden nie gesehen hat, weil da die Regen sanfter, nicht so heftig als im südlichen Europa sind; er sollte sich aber, bevor er sein Urtheil niederschrieb, erinnert haben, dafs der Sommer gedachten Jahres nicht allein in der Zips, sondern auch in andern Ländern weit und breit aufserordentlich regnerisch war. In Schlesien z. B. waren fast zur nämlichen Zeit die Flüsse ausgetreten, und wurden den geschlagenen Franzosen verderblich; während der Schlacht bei Dresden regnete es anhaltend, und so stark, dafs die österreichische Armee von dem Feuergewehr keinen Gebrauch machen konnte; dieserwegen sollte er Bedenken getragen haben, den Verlauf eines Sommers zum Normale der vorhergehenden und nachfolgenden zu machen. Ich selbst war weder in der Schweiz noch irgendwo in Alpenländern aufserhalb meines Vaterlandes; eben aus dieser Ursache halte ich mich nicht für competent, in dieser Sache zu entscheiden, sondern bescheide mich nach Anführung des Geschehenen, wovon ich Gewifsheit erlangen konnte, das Urtheil Andern zu überlassen.

Dafs auf den Zipser Alpen von jeher schwere Gewitterwolken sich ihres Wasservorraths plötzlich entledigt haben, davon zeugen die vielen und tiefen Schluchten, deren Spuren sowohl auf Höhen als in den niedrigen Waldrevieren bis jetzt vorhanden sind. Jahrhunderte sind verflossen, und noch sind sie durch das viele Gerölle von oben her nicht ausgeebnet worden; auf hohen Halden sind die Felsenstücke, die sie umgeben, oder in ihren Vertiefungen niedergelegt worden sind, schon alt und gleichsam grau geworden, und in den Niederungen gedeihen in und neben alten Schluchten die Tannen und Lärchenbäume am besten. Unter der Lomnitzer-

spitze sieht man aus beträchtlicher Weite her mehrere Streifen abwärts laufen, die deſswegen so deutlich in die Augen fallen, weil auf der sehr verbreiteten abhängigen Fläche keine hervorragenden Felsen vorkommen: man begreift sie auch unter dem gemeinschaftlichen Namen *Eidexe*, weil sie bis jetzt eine kenntliche Breite und Tiefe haben. Die gröſsern und kleinern Steine, die da über und unter einander liegen, tragen auf ihrer Oberfläche den sichtbaren Beweis ihres hohen Alters, denn sie sind mit Flechten so bewachsen, daſs auch edlere Pflanzen zwischen diesen wurzeln könnten, wenn bei feuchtem Wetter die Temperatur nicht zu niedrig für sie wäre. Niemand weiſs es, *wann?* und *wie?* diese Schluchten entstanden sind; selbst in den ältesten Tagebüchern, die mir in die Hände kamen, fand ich nichts aufgezeichnet, was ihren Ursprung dokumentirte, und gleichwohl kann ihr so geformtes Daseyn, wie man es noch jetzt wahrnimmt, durch nichts, als durch das von den höchsten Spitzen gewaltsam herabströmende Wasser bewirkt worden seyn.

Unzählige, den angezeigten ähnliche Schluchten kommen zwischen den Alpen überall vor; man muſs sich aber hüten, daſs man sie nicht mit jenen, die von den höchsten Spitzen herablaufen, und diesen ein kammförmiges Ansehen geben, in eine Classe bringe. Die erstern, von welchen die Rede ist, sind in den harten Granitmassen ausgehöhlt, denn das Regenwasser, von welchem sie abstammen, hat während der kurzen Zeit des Ablaufs, mag es so groſs, als man will, angenommen werden, nicht das Vermögen, in so einen festen Körper tief einzudringen, und ihn auf die genannte kammförmige Art zu verändern; seine bald vorübergehende tobende Gewalt muſs furchtbar groſs seyn, wenn sie die mächtigen Trümmer, die der Zahn der Zeit auf

langen und breiten Abhängen überall zerstreut hatte, fluthend mitzunehmen, und dadurch eine vertiefte Bahn seines Strombettes für Jahrhunderte zu bezeichnen das Vermögen erhalten soll. Selten nur können die ein Ganzes ausmachenden Felsen von einzelnen durch die Fluth fortgerissenen Blöcken so erschüttert werden, daſs sie hin und wieder zerklüftet, und endlich theilweise aus dem Muttergestein herausgewühlt in die Tiefen herabstürzen. Daher sind die Spuren von Strömungen der neueren Zeit nirgends mit Zacken bezeichnet, ihre Richtung ist auf den Abhängen in der Regel geradlinig, weil nur selten ein fest anstehender Fels das Wasser zum Ausweichen nöthigte. Anders beschaffen sind dagegen die unzähligen kleinen, aker tiefen Schluchten auf Höhen, wo immer eine Spitze sich über die andere erhebt, und durch Einschnitte geschieden, jene nach allen Seiten hin von dem höchsten Puncte herablaufen lassen. In ihrem schmalen Schooſse können sich keine groſsen Trümmer anhäufen, und selbst das kleine Gerölle wird von einem jedesmaligen Guſsregen wie von einer Dachrinne herabgespült, weil alles sehr steil, und auf Felsengrund abschüssig ist. Die spätern Regen, die nach gänzlicher Erhärtung der Gebirgsstoffe eingetreten sind, mögen sie noch so kräftig gewesen seyn, konnten auf den Gipfeln die sägartig geformten Spitzen mit ihren engen Schluchten unmöglich hervorgebracht haben, es muſsten erst, wenn alles so gestaltet werden sollte, wie wir es jetzt finden, jene vorangehen, die wir *Urregen* heissen möchten, die zu der Zeit einbrachen, als die Felsen der Berge noch weich genug waren, um von dem noch weichern Wasser angegriffen werden zu können; mögen diese oft wiederkehrenden Regen nicht alles vollendet haben, so muſsten sie doch den Grund zu allem gelegt haben, was die Folgezeit vollendet hat.

Wie oft, und welche Wasser-Revolutionen sich in den hiesigen Alpen von den frühesten Zeiten her ereignet haben? darüber kann uns keine Geschichte, nicht einmal eine Sage belehren; wer aber im Buche der Natur zu lesen gelernt hat, den wird diese selbst, wenn er ihr nur fleifsig nachspüren wird, nicht verlassen; er wird bald hier, bald dort in Alpenwäldern in verdrüfsliche unwegsame Thäler gerathen, die nichts als breite Schluchten sind, und die man von unten her, von wo aus das Waldrevier ganz eben zu seyn scheint, nicht einmal vermuthen kann. In den meisten dieser Vertiefungen sind jetzt unbedeutende Wassergräben, die ihren Wasservorrath aus nahen oder entfernten Quellen erhalten, einige aber sind so trocken, mit grofsen abgerundeten Steinen stellenweise ausgefüllt, dafs man kaum so viel Wasser darin finden kann, als zum Löschen des Durstes nöthig ist. Solche Schluchten nun, wo jetzt wenig oder gar kein Wasser fliefst, sind sicher nicht durch irgend einen Erdfall entstanden, sondern sie sind nichts anders als die alten Strombette der wilden Wasser nach grofsen Regengüssen, und eben dahin deuten einige uralte Namen, z. B. auf dem Käsmarker Gebiet heifst eine vom Stöschen herablaufende Schlucht das *trockene Gründchen;* oberhalb Grofs - Schlagendorf führt eine ziemlich verbreitete Vertiefung im Walde den Namen *trockener Flufs*, u. s. w. Überhaupt sind die vielen grofsen und kleinen, an den Kanten abgestumpften Steine, die in unabsehbarer Menge in den Alpenwäldern und in den anstofsenden Feldern über und unter einander zerstreut liegen, der redendste Beweis von grofsen Wassern, die, von oben her kommend, dieses häufige Gerölle mit fortgerissen, und hier und da abgelagert haben. So wahr und gegründet dieses ist, so entscheidet es doch nicht die Frage: welches unter den

beiden Gebirgsländern, die Schweiz oder die kleinere Zips, von Wasser-Meteoren mehr zu leiden habe? Ich lege keinen grofsen Werth auf die Entscheidung derselben, weil sie am Ende doch zu nichts weiter führt, als die Wifsbegierde zu befriedigen; weil sie aber mit den Überschwemmungen der neuesten Zeiten in Beziehung steht, so mufs ich mich darauf einlassen, um zugleich das Andenken jener theils zu erneuern, theils auf die Nachwelt zu bringen.

Das älteste geschichtliche Zeugnifs, welches in dem Tagebuche eines zu seiner Zeit geachteten Käsmarker Bürgers über einen grofsen Wolkenbruch aufgefunden worden ist, datirt sich vom Jahre 1713, den 25. Juli, folglich von einem hundert Jahre weniger einen Monat ältern, als der jüngste, von welchem ich weiter unten einen ausführlichen Bericht ertheilen werde. Dort heifst es: »es war am gedachten Tage eine sehr grofse Überschwemmung; das Wasser war so mächtig, dafs es die Brücken, Mühlen und viele andere Gebäude an der Poper niedergerissen und trümmerweise weggeführt hat; mehrere Menschen sind dabei umgekommen, und die den Fluthen ausgesetzten Gründe haben grofsen Schaden gelitten.« Unvollständig ist freilich dieser Bericht, denn es wird hier, wie überall, unter zwar ehrlichen, aber ungelehrten Zeugen, nur auf die Wirkung, nicht auf die Ursache gesehen; er hat aber einen Werth, weil späterhin bis zum Jahre 1774 kein jüngerer, weder schriftlicher noch mündlicher vorhanden ist; ich kann dem zu Folge mit Grund annehmen, dafs innerhalb einer Zeitfrist von 61 Jahren keine grofse, denkwürdige Überschwemmung Statt gefunden habe, denn im entgegengesetzten Falle hätten die Väter der gegenwärtigen Generation wenigstens die Sage davon auf ihre Kinder gebracht. Ich habe zwar viel von allen längst verstor-

benen Leuten über grofses Wasser vernommen, selbst hatte ich Gelegenheit die Gewalt desselben mehr als ein Mal anzustaunen; allein solche Ergiefsungen ereigneten sich beim Abgang des Eises, wenn die Alpen noch ganz mit Schnee bedeckt waren, und an eine Wassergefahr von dorther nicht zu denken war, folglich als nicht hieher gehörend übergangen werden können. Eben so wohl weifs ich es, dafs der in Hinsicht der Überschwemmungen übel berüchtigte Leibitzbach, der bei Käsmark in die Poper fällt, und in trockenen Sommern kaum einen Mühlstein zu treiben vermögend ist, sehr oft austritt, und Schaden verursacht. Er hat nach Aussage alter Leute, die ich noch gekannt habe, einmal eine fast unglaubliche Höhe erreicht, so, dafs sein Wasser bis in den niedrig gelegenen Theil der genannten Stadt eingedrungen ist. Diese bald gröfseren bald kleineren Überschwemmungen aber haben ihre Quellen nicht in den Alpen, sondern auf jenen Mittelgebirgen, die zwischen Leibitz und der Stadt Leutschand fortstreichen, und hier ebenfalls in keine Betrachtung kommen können, weil gedachte Berge wohl dem ganzen Karpathengebirge, nicht aber dem Zipser Alpenzug angehören.

Aus dem Vorgetragenen ist es offenbar, dafs die älteste Überschwemmung durch den Wolkenbruch aus den Alpen her, deren Andenken bei dem jetzt lebenden Menschengeschlechte noch nicht erloschen ist, jene vom Jahre 1774 sey. Über diese kann ich zwar selbst nicht als Augenzeuge dienen, ich habe aber die Berichte und Meinungen mehrerer Augenzeugen darüber vernommen, die freilich so ausfielen, wie es von Leuten, denen die Gebirgslehre selbst ein unübersteigliches Gebirge ist, zu erwarten war. Einige behaupteten, die höheren Alpenseen hätten sich ergossen, unbekümmert wo ihnen das Wasser herkam, und beriefen sich darauf, dafs es

unten in der Ebene fast gar nicht, und auf den Höhen nur wenig geregnet haben müsse, weil die Regenwolken nicht finster, sondern licht, beinahe durchsichtig gewesen sind; andere versicherten standhaft, sie hätten während dem Regen das Wasser von der Hundsdorfer Spitze her stromweise herabfliefsen gesehen, worauf bald die anzuzeigende Überschwemmung erfolgte; beide aber kamen darin überein, dafs weder Wolken noch Regen ein drohendes Ansehen gehabt haben. Dieses kann ich gelten lassen, weil ich mehr als ein Mal von Schlagendorf aus Ströme, vom Regen verursacht, hoch in der kleinen Kahlbach glänzen, und sich herabstürzen gesehen habe, ohne vorher Unglück drohende Wolken wahrgenommen zu haben; eine Überschwemmung ist gleichwohl nicht erfolgt, weil der Regen wohl heftig, aber von kurzer Dauer seyn mochte, und die Wassermenge sich zwischen den vielen Trümmern in jener Gegend verlaufen konnte.

Die Überschwemmung, von welcher gegenwärtig die Rede ist, war zwar bei Käsmark grofs, doch nicht verwüstend; denn obgleich das Wasser so hoch gestiegen war, dafs es vor so wie hinter den Brücken reissenden Strömen ähnlich wurde, so blieben doch diese wenigstens unversehrt an ihrer Stelle, nur hinüber zu kommen war es, wenn nicht unmöglich, doch äufserst gefährlich. Eine Heerde Kühe, die von der Weide kam, und in die Stadt getrieben werden sollte, mufste draufsen im Felde unter der Aufsicht der Hirten übernachten; einige Stücke, die unaufhaltbar der Stadt zuliefen, und sich ins Wasser warfen, sind theils ersoffen, theils schwimmend glücklich hinüber gekommen. Diese Wasserfluth, obgleich in jeder Rücksicht von geringer Bedeutung, ist gleichwohl von keiner nachfolgenden bis zum 1809ten Jahre übertroffen worden. Wir kommen

also zu den neuesten Zeitereignissen, die überhaupt in mancherlei Hinsicht aufserordentlich waren, und bei den Anwohnern der Zipser Alpen, wegen des Schadens, den sie von ihnen erlitten haben, lange im Andenken bleiben werden.

Schon in den Monaten September und October des Jahres 1808 hat es mehrmal tagelang geregnet, so, dafs der Grund und Boden überall erweicht wurde. Der Leibitzbach hatte sich während dieser Zeit drei Mal ergossen, und die anliegenden Gründe überschwemmt. Dagegen ist die Poper nirgends ausgetreten; ihr Wasser flofs allmählich und ohne Schaden ab, obgleich der Regen auf den Alpen eben so anhaltend und eben so mild als unten gewesen ist. Diesen Umstand bemerke ich absichtlich, weil er unwiderleglich beweiset, dafs normale Regen, mögen sie auch von langer Dauer seyn, oder mit Unterbrechungen sich mehrmal erneuern, dennoch von den Alpen her keine grofse, viel weniger schädliche Überschwemmung verursachen. Denn, wie ich bereits gesagt habe, die unübersehbaren zerstückelten Steinmassen hemmen die reissende Gewalt der Bäche, und lassen ihr Wasser nicht jählings und unvertheilt in die Ebenen fortströmen. Dagegen sind während dieser Regenperiode alle Gräben und Bäche in anderen Bergrevieren, sowohl in- als aufserhalb der Zips, so hoch angewachsen, dafs die Strafsen hin und her gar nicht, oder mit Lebensgefahr zu befahren gewesen sind, und der Hernad ergofs sich unterhalb Kaschau so sehr, dafs mehrere Menschen bei seinen Umflüssen nahe bei den Brücken ihren Tod fanden.

Diese ungewöhnlichen Herbstregen waren gleichfalls die Vorboten des folgenden 1809ten nassen Sommers, denn schon im Anfange des Aprils fiel innerhalb dreier Tage so viel Schnee, dafs das ganze Land zwei bis drei

Schuh hoch damit bedeckt wurde, und, wo ihn der Wind zusammengeweht hat, konnte kein befrachteter Wagen hindurch fahren. Das Sonderbare bei diesem argen Schneewetter aber war das gleichzeitige Blitzen und Donnern in den kalten Wolken, welches, obgleich nicht heftig, doch sehr ungewöhnlich war, daher es Staunen und Bewunderung erregte. Nicht lange darnach kamen milde Frühlingsregen, die bis zum 4. Mai anhielten, und die Flüsse und Bäche einiger Gegenden bis zum Übertreten der Ufer aufschwellten. Dann folgten vier warme und trockene Wochen, so, daſs man für die Saaten Regen wünschte, der wohl nicht ausblieb, allein durch Überfluſs aufs Neue lästig wurde; denn von nun an war er bis zum späten Herbst das Ereigniſs fast jedes Tages, so, daſs man nur kümmerlich die Feldfrüchte einsammeln konnte. Das schlimmste Wetter trat im Monat Juli ein, dessen erste Tage zwar warm, aber doch regnerisch waren. Den 9ten fiel Hagel mit Regen vermischt, der hin und her beträchtlichen Schaden auf den Feldern verursachte. Acht Tage darnach fiel in den Kupferschächten so viel Schnee, daſs die grünenden Flächen ganz bedeckt ein vollkommen wintermäſsiges Ansehen hatten; er ging wohl bald ab, verursachte aber dennoch unten Kühlung, oben Kälte.

Nach diesen Schauertagen mitten im Sommer wurde es zwar wieder warm, aber mit der eingetretenen Wärme erneuerte sich auch das Regenwetter, und ein Wolkenbruch von ungewöhnlicher Mächtigkeit lieſs sich am 26. Juli auf dem Bergrücken, der hier der *Kahlbacher Grat* heiſst, nieder, dessen ungeheure Wassermenge sich in wilden Strömen über harte Granitfelsen wälzend deutlichere Spuren zurückgelassen hat, als alle vorhergehenden, von welchen noch die Merkmale auf den Höhen kenntlich sind. Sieht man von unten her auf den

Raum hin, von welchem die Ströme herabkamen, und über welchen sich die schwere Gewitterwolke ergossen hat, so muſs man erstaunen nicht nur über die Menge des Wassers, sondern mehr noch über das Vermögen einer Naturkraft, die in dem Momente des Ergieſsens ein so geschwängertes Gewölk schwebend halten konnte. Man kann sich bei diesem Anblicke (denn der genannte Raum war durch die weiſse Farbe sehr deutlich auszunehmen) des Gedankens nicht erwehren, daſs so eine Wassermasse in einer sehr kurzen Zeit, durch welchen Prozeſs immer, vielleicht aus einem Bestandtheile der Luft, oder aus den oxygenirt gewesenen Dünsten erzeugt worden sey, und so wie sich die Wolke, der Schooſs jener Wasser, ergoſs, immer neuen Zuschuſs aus der sie berührenden Luft erhalten habe. Den Flächeninhalt, über welchen jene Wolken ihre Zornschale ausschütteten, kann man ungefähr auf 8000 Quadrat-Klafter schätzen, und diesem gemäſs den luftigen Wasserbehälter zwar nicht groſs, dagegen aber in einem sehr concentrirten Zustande annehmen, ähnlich einem eingedämmten Landsee, in welchen sich von allen Seiten her Bäche ergieſsen, und ihn so aufschwellen, daſs er wo immer den Damm durchbrechen, und sein Wasser plötzlich gleichsam auspressen kann.

Das mit jedem Augenblicke vermehrte Wasser stürzte sich mit zunehmender Geschwindigkeit in ansehnlicher Strombreite eine gute Strecke herab, theilte sich dann an einem erhöheten Abhange, den es mit seinen beiden neu geschaffenen Schluchten ganz umschloſs, und vereinigte sich wieder unterhalb jener in einen einzigen Strom, folgend einer alten, breiten und tiefen Schlucht durch den Wald hinab in die Ebene. Alles, was ihm von der steilen, ungefähr 3000 Pariser Fuſs über den untern Wald erhabenen Fläche herabschieſsend im Wege

stand, wurde losgerissen, und in die Tiefe geschleudert; Felsenstücke von mehr als einer Klafter im Durchmesser sind von den Fluthen so leicht fortgerissen worden, wie das übrige kleine Gerölle, wodurch im Walde Bäume und Sträucher, entwurzelt und zersplittert, weit herabgeführt wurden, und zwar in solcher Menge, dafs viele Bauern einen Holzvorrath mit leichter Mühe für den kommenden Winter zusammenbringen konnten. Die grofse Gewalt des Wassers ist aber nicht allein dadurch erweislich gemacht worden, dafs es die losen Granitstücke, ohne Unterschied ihrer Schwere, von der Stelle, wo sie wie eingewurzelt vielleicht seit Jahrhunderten standen, verrückt, und entweder herabgeführt oder zur Seite geschoben hat; sondern vorzüglich durch sein Eingreifen in den fest zusammenhängenden Granitboden, wo es mehrere kleine Schluchten oder Gräben in dem kurzen Zzitraume seines Ablaufes ausgewaschen hat, wovon meines Wissens nirgends ein ähnliches Beispiel vorhanden ist. Diese ausgehöhlten Gräben müssen in der Strombreite so lange kenntlich bleiben, bis nicht spätere Fluthen sie entweder in kleine Schluchten umändern, oder durch herbeigeführte Gerölle überschütten und ausebnen werden.

Es hat vor und während der Zeit, als sich die schweren Wolken auf dem Gebirge ihres vielen Wassers entlediget hatten, ringsherum viel und stark geregnet, mehrere Blitzstrahlen haben zu gleicher Zeit die Luft heftig erschüttert, und blöde Menschen in Furcht gesetzt; niemand aber dachte dabei an eine nahe, bevorstehende Überschwemmung, man war an die öftern, unschädlich vorübergehenden Regen gewöhnt; ich selbst hielt es nicht einmal der Mühe werth, in die Vorstadt von Käsmark hinaus zu gehen, als mir der erste Bericht vom grofsen Wasser zu Ohren kam. Erst dann, als mich

einer meiner Freunde versicherte, er habe grofse Wasserströme westwärts von der Lomnitzer Spitze sich herabwälzen gesehen, und das Gebirge habe da seine vorige Gestalt verändert, eilte ich der Poper zu, aber zu spät, denn das Wasser verlief sich eben so geschwind, als es gekommen war, und hinterliefs zum Beweise seiner Höhe eine Menge Schutt und einiges Reisholz, welches es aus dem Walde auf einer Strecke von drei bis vier Stunden bis hieher gebracht hatte.

Das Eigene dieser Überschwemmung ist erstens ihre kurze Dauer, wodurch sie für das Käsmarker Gebiet unschädlich wurde, dann die grofse Gewalt ihrer Wasser auf und unter dem Gebirge, wovon die ausgewaschenen Schluchten für lange Zeiten ein redender Beweis seyn werden, mehr als die Eidexe unter der Hundsdorfer Spitze, und endlich ihr über alles Erwarten schnelles Anwachsen, von dem überrascht worden zu seyn mich mehrere Augenzeugen versicherten. Ein immer höherer Wasserschwall hat den vorhergehenden eingeholt, und sichtbar wurde jener von den nachfolgenden übertroffen, bis die untere Vorstadt von Käsmark fast ganz in Wasser stand. Ich kam, wie ich bereits gesagt habe, zum Wasser, als es schon gefallen war, kann also die Zeit seines Steigens und Ablaufens nicht bestimmt angeben; doch schlofs ich aus dem, was ich von den Vorstädtern vernommen habe, dafs diese Scene nicht über zwei Stunden gedauert habe. Mir blieb nichts übrig, als das Gebirge, wohin ich meine Augen gerichtet hatte, anzustaunen; ich sah da die neuen Schluchten, die in einer so kurzen Zeit geschaffen wurden, wunderte mich nicht wenig darüber, und wurde nachdenkend. Je mehr ich aber nachdachte, um so mehr verschwand das Wunderbare; ich kam zu mir selbst, indem ich mich daran erinnerte, was ich entweder bereits erfahren,

oder der sprechenden Natur nach Anweisung ihrer Denkmäler aus den frühern oder spätern Zeiten abgelernt habe.

Nichts beweiset mehr das schnelle Anwachsen des grofsen Wassers, von welchem die Rede ist, als das traurige Umkommen neun armer Menschen in seinen Fluthen. Ich will die Geschichte davon aus dem Munde eines Augenzeugen kürzlich erzählen. Es waren ihrer zwölf theils alternde, theils junge Leute an dem für sie schrecklichen Tage unterhalb jener Stelle, wo sich die Wolken ergossen haben; sie sammelten in gesellschaftlicher Eintracht Heidelbeeren, begaben sich aber, da das Regnen und Donnern immer heftiger wurde, auf den Rückweg. Der unbequeme Gang auf erhöheten Stellen, wo sie von Stauden noch mehr als vom Regen durchnäfst wurden, veranlafste sie in einer alten Schlucht über Steine und Gerölle abwärts zu gehen, ohne es zu ahnen, oder gar für möglich zu halten, dafs sie da von Wasserfluthen ereilt werden sollten, weil sie auf dem gewählten Weg in der genannten Schlucht kein fliefsendes Wasser fanden. Plötzlich aber erreichte sie der wilde Strom, und liefs ihnen keine Zeit, die Höhe, auf welche sie in voller Angst zuliefen, einander die Hände reichend zu gewinnen; das Wasser rifs in einem Augenblicke neun von ihnen weg, nur einem Mädchen und einem Knaben gelang es, auf eine gegen das Wasser gesicherte Stelle zu entkommen, und ein rüstiger Mann, schon mit dessen Gewalt ringend, rettete sich an den Ästen einer Fichte, die vor seinen Augen entwurzelt so vortheilhaft fiel, dafs der mit gehobene, filzige Rasen ihm eine Schutzwehr geworden ist, weil hier das Wasser einen Widerstand fand, und etwas von seiner reissenden Gewalt verlor; er wurde aber doch bis an die Knie versandet, und blieb in dieser Lage an dem etwas

erhöheten Orte lange genug, aber doch fest stehen. Die andern zwei übrig Gebliebenen eilten den vom Wasser Verschlungenen mit einem Angstgeschrei nach; da sie aber weder eine Stimme, noch eine nach Rettung ausgestreckte Hand wahrnahmen, so gingen sie zurück der Stimme entgegen, die von der andern Seite des Stromes ertönte. Sie fanden den gedachten Mann, konnten ihm aber keine augenblickliche Hülfe leisten, weil das Wasser noch grofs war; erst da es sich meistens verlaufen hatte, entdeckten sie eine Stelle in der Schlucht, wo der Übergang auf ihre Seite möglich war. Der Arme befreiete sich von den Fesseln, sobald er die Rettung vor sich sah, ging auf die Stelle, die man ihm zuriefs, dahin, wo er es wagen dürfte hinüber zu schreiten, und kam, obgleich an den Beinen etwas beschädigt, doch ohne sonstige Verletzung in Sicherheit.

Aus dieser Erzählung ist es klar, dafs das Wasser in seiner reissenden Gewalt auf einmal die armen Um gekommenen ergriffen habe; denn es kam nicht so, wie in ähnlichen Fällen beobachtet wird, erst rinnend, dann fliefsend, und endlich reifsend; wäre dieses gewesen, so hätten sie Zeit genug gehabt, seiner Gewalt zu entgehen, und auf die erste und beste Anhöhe zu gelangen: denn sie waren nicht Kinder, sondern durchaus erwachsene, kräftige Leute. Ich frug das Mädchen, welches damals, zwölf Jahre alt, der Fluth entgangen ist, aber das traurige Ende der Mutter beweinte, ob sie denn nicht durch das immer mehr vernehmbare Rauschen einer so grofsen Wassergewalt auf die nahe Gefahr aufmerksam gemacht worden sind? Die Antwort war, dafs es während dem Regen überall im Walde rauschte, und da es zugleich donnerte, so eilten sie so viel als möglich, bald aus dem Walde hinaus, und unter Dach zu kommen; Niemanden fiel es ein, sich umzusehen, Nie-

mand war auf das entfernte oder nahe Rauschen aufmerksam, die Unglücklichen wurden vom Wasser ergriffen, als sie es noch so weit zu seyn geglaubt haben mochten, wie weit die Sicherheitsstelle von der Schlucht entlegen war, in welcher sie herabgingen. Ich schliefse hieraus weiter, dafs dieses so hoch angewachsene Wasser nicht von einem normalen Regen, sondern von einem Wolkenbruche über dieses steil abhängige Local gebracht worden sey. Die Stelle, wo dieser Bruch geschah, ist von unten her kenntlich. Ich habe oben gesagt, dafs der Flächenraum, mit dem Auge gemessen, ungefähr 8000 Quadrat-Klafter betrug; diese gegen die Wassermenge unansehnliche Gröfse, und der unmittelbar aus ihr herabgehende Strom, der durch sein gebleichtes Ansehen für eine lange Zeit dafür angesehen wird, was er ist, sind zusammen genommen, wenn auch von den jählings kommenden Fluthen abgesehen wird, von so einem Gewichte, dafs die Annahme eines Wolkenbruchs dadurch zur Gewifsheit erhoben wird. Woher kam dieser schwarzen mit Unglück schwangern Wolke ihr so grofser Wassergehalt? Welche Macht trug sie unmittelbar vor und während ihres Ergusses? Ich traue mir nicht zu, nach der Theorie von der Auflösung des Wassers in der Luft hierauf zu antworten: mögen Diejenigen entscheiden, die mit den neuern und neuesten Versuchen über Luft, Electricität und Wasser bekannter und vertrauter sind, als ich es in meiner Lage seyn kann.

Der folgende Sommer des Jahres 1810 war dadurch merkwürdig, dafs es hier zu Ende Mai und anfangs Juni so wie im Winter geschneiet hat, wodurch der Rocken, der im Schossen war, erfroren ist. Schädlicher waren die folgenden Nachfröste den Wintersaaten in den mittägigen Gespannschaften, denn da waren sie in der Blüthe, daher in mehreren Gegenden nichts als leeres Stroh

eingeerntet wurde, welches eben deſswegen an andern Orten auf dem Acker gelassen, und, weil es die Kosten des Einsammelns nicht bezahlt hätte, im Herbst da verbrannt worden ist. In der Folgezeit war die Witterung da sehr veränderlich; bald regnete es zu viel, bald zu wenig, bald war es heiſs bis + 20° R., bald wieder kühl, doch nie unter + 12° R. Im Durchschnitt genommen hat es in den Alpen viel, an ihren Füſsen genug, in der Entlegenheit aber, gegen Süden zu, wenig geregnet, und in den wärmeren Gespannschaften hat man den Regen mehrere Monate vermiſst.

Bei dem schönen, warmen und langen Sommer des Jahres 1811, da der groſse Komet sichtbar war, darf ich mich nicht aufhalten. Den einen Regenguſs in den Alpen, der aber nur durch einen verursachten, vorübergehenden Wasserfall merkwürdig ist, will ich weiter unten beschreiben; sonst aber ist jener Sommer nur in der Hinsicht ausgezeichnet, daſs er der einzige von mir erlebte ist, in welchem das warme, milde Wetter durch keine starke Kühlung, selbst nach einem Regen, unterbrochen worden ist, ein hier seltenes Ereigniſs! Die Wärme stieg von Monat zu Monat; im Mai schon war sie + 16° R., im Juni + 18°, und im Juli und August + 20°, daher ist der Schnitt gegen die Erfahrungen der jetzt lebenden Menschen den 20. Juli angefangen, und innerhalb weniger Tage beendiget worden; die Sommerfrüchte aber waren zu Ende August dem gröſsten Theil nach in den Scheunen. Selbst der Herbst war noch so warm, daſs ich in der Mitte des Novembers auf einer Wiese in der mittägigen Zips, der Sonne, wo ich konnte, ausgewichen bin, und nach einem vorübergehenden Regen, von dem ich befürchtete, er würde in Schnee übergehen, wurde im Gegentheil die Luft ganz sommermäſsig.

Das Jahr 1812 war wieder in Beziehung auf die feuchte Witterung merkwürdig. Der angehende Sommer war kühl und trocken, dann kam eine Regenperiode, die in den Alpen ununterbrochen fortwährte. Im Monat Juni hat sich eine Wolke in der Krummholz-Region der Groſs-Schlagendorfer Spitze so stark ergossen, als jene vom Jahr 1809 unterhalb dem Kahlbacher Grat; doch mit dem Unterschiede, daſs ihr Wasser auf eine mehr erniedrigte, mehr verbreitete und minder steile Fläche fiel, daher die Verwüstungen durch dasselbe zwar groſs, aber nicht so auffallend kennbar als dort geworden sind. Dem ungeachtet sieht man von unten her aus der Gegend zwischen Matthsdorf uud Georgenberg mehrere lange Streifen, die den obern Wald, wie absichtlich ausgehauene Grenzlinien, durchschneiden, und nichts anders als eben so viele neu ausgewühlte Schluchten sind. Ich fand sie vor einigen Jahren, da ich unten im Walde meinen Weg über sie nehmen muſste, gröſser, als ich es erwartet hatte; einige von ihnen waren 15—20 Klafter breit, und hin und her so tief, daſs weder Vieh noch Menschen überall hinüber gehen konnten; dabei war das Gerölle zu beiden Seiten von solcher Mächtigkeit, daſs man über die Vorstellung der Wassermasse und ihrer Gewalt, die vermögend war, auf der ganzen langen Strecke, welche von oben her bis zum Wald hinaus in die Felder mehr als eine Meile beträgt, herabzuwälzen, in Staunen gerathen muſs. Das Gewässer dieses Wolkenbruchs hat aber doch, obgleich von der Poper aufgenommen, bei Käsmark keine groſse Überschwemmung verursacht, man wuſste hier nicht einmal was sich oberhalb Groſs-Schlagendorf zugetragen habe, bis die angezeigten Schluchten in der Nähe des Sauerbrunns die Reisenden aufmerksam gemacht hatten, und die Klagen der Schlagendorfer, deren Gründe zu

beiden Seiten des Wasserabzugs verwüstet wurden, laut geworden sind. Dieses Ereigniſs ist aber leicht begreiflich, wenn man überlegt, daſs das Gewässer, wie ich bereits gesagt habe, über eine groſse Fläche, die weder so steil noch so kahl war, als jene unter der Lomnitzer Spitze, ausgegossen wurde; die Ströme wurden im Ablauf gehemmt, vertheilt, und brauchten mehrere Zeit zum Abſlieſsen, daher die Poper nicht auf ein Mal und jählings zum Aufschwellen gebracht werden konnte.

Über den Winter 1812 — 1813 muſs ich anmerken, daſs er zu Ende Novembers in seiner ganzen Strenge eingetreten ist. Die Kälte wuchs mit jedem Tage bis zum 20° R., und hielt bei heiterm Himmel, ohne viel nachzulassen, bei zwölf Wochen an. Nie kann ich mich eines so standhaft heitern und dabei sehr kalten Winters erinnern; es ist hier schon viel, wenn der Himmel im Monat Jänner unbewölkt ist, die übrige Zeit, wenn es auch kalt ist, ist gewöhnlich veränderlich, daher ist dieser trockene und kalte Winter gerade das Umgekehrte des anhaltend schönen Sommers 1811.

Nunmehr will ich den Verlauf des den Zipsern sowohl als ihren mehr oder weniger entfernten Nachbarn ewig denkwürdigen Sommers des Jahres 1813, so wie ich seine Witterung hier beobachtet habe, angeben. Schon der vorhergehende kalte und heitere Winter lieſs mich nichts Gutes hoffen; der viele Schnee, der den 19. April nicht nur hier, sondern selbst in dem Tokayer Gebirgszuge, obgleich nicht so häufig, ausfiel, verursachte Nachfröste, die überall schädlich waren, und trübte die Aussicht in die Zukunft noch mehr, denn nach kaltem Wetter zur ungewöhnlichen Zeit kommt gewöhnlich Regen, welches auch dieſsmal wahr wurde. Die sonst erwünschten Mairegen waren eine Plage für den Landmann, der seine Gerste im Mai zu säen pflegt,

und obgleich es zu Ende des Monats trocken wurde, so erneuerte sich das Regenwetter doch im Juni wieder, und hielt so lange an, bis zu Ende des Monats der auf den Alpen neu ausgefallene Schnee und die stürmenden Nordwinde das Land verkälteten, und die Vegetation in ihrem Fortgange hemmten. Zu Anfang Juli waren die Regen mäſsig; sie wurden aber von Tag zu Tag heftiger, und hielten bis zum 29sten an, nach welchem der kalte Wind von Norden, aber nur auf eine kurze Zeit, ausheiterte. Jetzt, da die Heu-, und bald darauf die Getreideernte ihren Anfang nehmen sollte, sehnte sich Jedermann nach trockenem, warmen Wetter, um so mehr, weil die übermäſsige Nässe bereits sehr beschwerlich geworden war, dabei aber Gras und Getreide, obgleich in der Blüthe durch kalte Winde und Nässe beschädigt, und dann von Unkraut überwachsen, alle Felder sehr dicht bedeckte; allein das schöne Wetter blieb aus, man konnte kaum sechs ganz heitere Tage in den drei folgenden Monaten August, September und October zählen, die übrigen waren meist regnerisch, und wenn es nicht regnete, doch trüb und düster

Der verderbliche 48stündige Regen, dessen Wirkung so auſserordentlich war, trat den 24. August um 11 Uhr vor Mitternacht ein, und hielt bis zur nämlichen Nachtstunde des 26. Augusts ununterbrochen an. In Käsmark war er sanfter als die vorausgegangenen Juliregen, und doch stieg das Wasser in der Poper sichtlich, dabei es aber Niemanden in den Sinn kam, daſs eine nie gesehene Überschwemmung erfolgen werde; kein Mensch machte sich darauf gefaſst, alles ging an dem verhängniſsvollen Abende den 25sten ruhig zu Bette, nicht einmal das immer stärker werdende Rauschen des Wassers konnte die Menschen wach halten, oder den Gedanken an nahe Gefahr erregen, sie waren vorher

schon so daran gewöhnt, daſs sie dabei noch fester schliefen. Um Mitternacht endlich erreichte das Wasser eine Höhe, die den Nachkommen unglaublich scheinen würde, wenn sie nicht hinlänglich documentirt worden wäre; noch jetzt sieht man die nachgelassenen Spuren seines Anwallens an einigen Gebäuden und erhabenen Stellen, und man kann sie im Durchschnitt über die Ufer, sey es der Poper oder des Leibitzbaches, zwischen ein und zwei Klaftern schätzen. Es drang nun in der Käsmarker Vorstadt, die zunächst an der Poper liegt, in die Wohnstuben der meisten Häuser durch Thüren und Fenster; die hiedurch wach gewordenen Menschen sprangen schreckenvoll aus den Lagerstätten, aber zu spät, sie hatten jetzt keine Zeit mehr ihre Geräthschaften und Lebensmittel ins Trockne zu bringen, sie muſsten froh seyn, sich selbst und ihre Kinder zu retten, kaum konnten sie durchs Wasser watend auf Leitern die Böden unter den Dächern erreichen, und nur entschlossene Männer wagten es, einige unumgängig nothwendige Bedürfnisse aufzusuchen, und damit ihren Weibern zu folgen. Häuser, die mit andern in langen Reihen verbunden, oder auch einzeln stehende, die durch Alter fest geworden, von nahen Bäumen, hin und her auch von anderen Gebäuden geschützt waren, blieben gröſstentheils, wenn auch beschädigt, unverrückt stehen, andere dagegen, die ohne alle Schutzwehren der Gewalt des Wassers bloſsgestellt gewesen sind, wurden umgestürzt, und mit allem, was sie zwischen ihren Wänden enthielten, fortgerissen. Neun Menschen sind bloſs in Käsmark bei dieser Gelegenheit ertrunken, mehrere, die ebenfalls in die Fluthen gerathen sind, zum Theil wunderbar auf Betten oder anderem Hausrath schwimmend erhalten worden, eine groſse Anzahl von Vorstädtern aber muſsten beinahe 48 Stunden ohne Nahrung

und warme Bekleidung in ihren Rettungsörtern unter den Dächern hölzerner Gebäude Hunger und eine naſs-kalte Witterung ertragen.

Aber auch die Stadt selbst blieb nicht unverschont. In dem untern Theile derselben nahe zur Poper drang das Wasser zu der nämlichen Zeit ein, aber leise und unbemerkt, wie ein Nachtdieb, so daſs es die Schlafenden nicht wahrnehmen konnten. Die zuerst Erwachten muſsten daher schon tief im Wasser watend ihre Nachbarn wecken, und bis alle, die in Gefahr waren, zum vollen Bewuſstseyn kamen, war es in einigen Gassen schon so hoch gestiegen, daſs es den sich Rettenden bis an die Lenden reichte; doch ist niemand dabei umgekommen, die Hülfe war einem jeden nahe, denn die hoch liegenden Häuser standen bereits den Bedrängten offen; die Ruhe in dem gröſsern Theil der Stadt war nicht unterbrochen, und alles schlief hier ungestört bis zum lichten Morgen. Erst zur Zeit des Aufstehens ist es allgemein ruchbar worden, daſs die Gefahr auſserordentlich und gröſser sey, als sie je bei Menschendenken gewesen ist; die Angst vermehrte der heftiger gewordene Regen, der jetzt, vom Nordwind begleitet, mehr rinnend als tröpfelnd fiel; jeder rüstige Mensch lief dem Wasser zu, niemand aber konnte helfen, mit Schmerzen muſste man zusehen, was und wie viel diesem tobenden Elemente von zerrissenen Gebäuden, Hausgeräthschaften, Heu, Stroh, Holz u. d. gl. zur Beute geworden war. Trauriger noch war der Anblick hülfloser Menschen, die auf erhöheten Stellen, ohne Nahrung, vom Regen durchnäſst, vom Nordwind angeblasen, von wüthenden Fluthen umgeben, sitzend auf baldige Rettung warteten, und die Hoffnung während anhaltendem Regen aufgegeben hatten. Diejenigen, die unter die Dächer ihre Zuflucht genommen haben, waren wohl ge-

gen Wind und Nässe geschützt, allein das viele Rauschen des Wassers, welches ihre Zufluchtsorte zu unterwaschen drohete, das Krachen wirklich stürzender Gebäude, das Schreien der beängstigten hungrigen Kinder, und die schwindende Hoffnung der Rettung waren vermögend, auch diese Leute in den Zustand der Verzweifelten zu versetzen. Diese schreckenvolle Scene änderte sich aber, sobald man gewahr wurde, daſs das Wasser während des sich gleich bleibenden Regens nicht mehr anwuchs, sondern in den Nachmittagsstunden zu fallen begann. Dieser unerwartete Umstand machte mich stutzen, ich begriff aber bald die Ursache davon, als ich merkte, daſs die Wolken am Gebirge eine lichtere, auf Schnee deutende Farbe angenommen hatten. Wirklich schneiete es schon auf den Spitzen allgemein, der Nordwind wurde kälter, blieb über der Ebene heſtiger, und um Mitternacht den 26. August sah man einzelne Sterne am Himmel glänzen.

Den folgenden Morgen waren die Alpen bis zum Krummholz herab mit Schnee bedeckt, und das Wasser so sehr gefallen, daſs man in die Vorstadt hinzukommen, und Anstalten zur Rettung dessen, was noch zu retten war, treffen konnte. Je mehr das Wasser ſiel, und je weiter man in die Vorstadt und auf die nächsten Hügel gelangen konnte, um so viel mehr Verwüstung lag jetzt Jedermann vor Augen; nun war es offenbar, was man in banger Stimmung ohnehin ahnete, daſs die tobenden Fluthen auf Äcker- und Wiesengründen unersetzlichen Schaden angerichtet haben. Nicht bloſs die Frucht eines Sommers war dahin, sondern auch der tragbare Boden wurde aufgelockert und weggeschwemmt; ein Thal von einer Stundenlänge, durch welches sich das Wasser hinschlängelt, an dessen Ufern schöne, mit ehedem dichtem Grase prangende Wiesen liegen,

wurde so übel zugerichtet, dafs bis jetzt da, wo man das Gerölle nicht weggeräumt hat, mehr Sand und Steine, als grünende Rasen zu sehen sind, und eben das hat die Poper und viele Bäche, die aus den Alpen hervorströmen, verwüstend bewirkt.

Als die Communication nach Errichtung einiger Nothbrücken mit der Nachbarschaft hergestellt wurde, so liefen von allen Seiten her traurige Berichte ein; der Steinbach, von und unter der Lomnitzer Spitze kommend, brachte in seinem gewaltigen Zuge unermefsliche Steinlasten, die theils im Walde, theils auf Äckern und Wiesen niedergelegt wurden; sein altes Flufsbett verfolgend, ergofs er sich in einer Gasse von Grofs-Lomnitz, stürzte viele Häuser um, und beschädigte noch mehrere; selbst am Ende seines Laufes, wo er sich in die Poper ergiefst, und von dem gröfseren Strome zurückgehalten wurde, bedeckte er mit Sand und Geschiebe klafterhoch fruchtbare Anger und Gärten. Das Nämliche bewirkte die Rothbach in Grofs-Schlagendorf und das Völkwasser in der XVI. Kronstadt Völk, doch schon in einem merklich geringeren Grade, der weiter gegen Westen noch mehr abnahm.

Der Leibitzbach kömmt aus dem Sandsteingebirge, welches zum Theil zum Leibitzer Gebiet gehört; sein Lauf durchschneidet ein schönes, fruchtbares Thal, und gerade hier, wo der tragbare Ackerboden tief und mächtig ist, durchwühlte er die theuern Gründe, änderte an mehreren Stellen sein Flufsbett, und führte die beste Erde in das Gewässer der Poper, und von hier aus in die Ebenen Galiziens. Allein auch dieses Land blieb nicht unverschont; alle Auen und Wiesen, die sich längs der Poper von Käsmark her bis zur Vereinigung mit dem Dunavetz hinziehen, wurden gröfstentheils von Grund aus verwüstet; der in seinem Laufe immer wachsende

Strom liefs es aber nicht dabei bewenden, er übte seine Gewalt auch an soliden Gebäuden, die er mit seinen Fluthen erreichen konnte, aus, vernichtete ein ganzes neu angelegtes Dorf mit allen dazu gehörigen Ackergründen, und zerstörte feste, mit vielen Kosten angelegte Brücken unterhalb seiner Einmündung in den Dunavetz.

Der *Hernad*, ein in der Zips kleiner Fluſs, der nicht in den Zipser Alpen, sondern am Fuſse des Königsberges *) entspringt, verursachte in den Gebirgen, die sich bis Kaschau hinziehen, gleichfalls groſse Verheerungen. Die Bäche des Schmölnitzer Erzgebirges, selbst in ihren engen Revieren wild und verwüstend, vermehrten nach ihrem Zusammentreffen mit jenem die fluthende Gewalt zu einem Grade, die durch ihre verderbliche Wirkung für mehrere Jahre gräſslich bezeichnet worden ist. So groſs und von weitem Umfange der hier angerichtete Schade auch war, so ist er doch gegen jenen, den der *Wagfluſs* in seinem Lauf bewirkte, kleiner und geringer, denn dieser hat nicht nur einzelne Gebäude und einzelne Menschen, sondern mehrere Dörfer und Flecken mit ihren Bewohnern zugleich ganz oder zum Theil niedergerissen und weggeschwemmt. Ich will nicht alles, was ich hierüber aus der Ferne her vernommen habe, nacherzählen, theils weil solche Einzelnheiten zu weit führen, theils weil ich das Gehörte nicht durchaus verbürgen zu können hoffen darf; dieſs aber habe ich mir von genugsam unterrichteten Menschen aus verschiedenen Gegenden sagen lassen, daſs von der Liptauer Ge-

---

*) Königsberg, *Kralowa Hora*, *Király hegy*, an der Gränze der Liptauer, Gömörer und Zipser Gespannschaft, nicht zu verwechseln mit dem künstlichen Hügel *Königsberg*, ungarisch *Király hegy* bei Preſsburg (auf welchen Ungarns Könige gekrönt werden), wie letzthin der Berliner Professor *Stein* in zwei geographischen Werken that.

spannschaft an, wo die Wag entspringt, bis zu ihrer Vereinigung mit der Donau mehr als hundert, theils Kinder, theils erwachsene Leute in dem Wasser umgekommen sind *).

Um diese ungewöhnlich lange und heftige Regenperiode näher zu bezeichnen, muſs ich einige besondere Ereignisse, die ich während ihrer Dauer oder bald nachher beobachtet habe, bemerklich machen; vielleicht kann ich diese groſse Begebenheit, wenn nicht ganz aufhellen, doch in ein gröſseres Licht setzen. Ganz gegen meine vorigen Erfahrungen war es, daſs nach so vielen groſsen und anhaltenden Regen kein trockenes Wetter, wenn auch nur eine ganze Woche über, erfolgt ist. Ich habe bereits oben gesagt, daſs in den drei Monaten August, September und October d. J. kaum sechs heitere Tage gewesen sind, denn wenn es auch nicht immer regnete, so war doch die Luft feucht, und die Sonne von immerwährenden, niedrig gehenden Wolken bedeckt; den 11. September verursachte sogar ein sich erneuernder starker Regen eine zweite Überschwemmung, die beinahe alles zerstörte, was freilich nur in der Geschwindigkeit neben der Poper an Mühlen und Brücken verbessert oder neu gemacht worden war. In der benachbarten Scharoscher Gespannschaft erreichte sie eine Höhe, die besonders in dem Flecken Torissa unglaublich scheinen würde, wenn nicht die zurückgebliebenen Ruinen selbst reden würden. Und auch dieses war nicht genug, Regen und trübes Wetter dauerten fort, bis in den ersten Wintertagen der Schnee die Stelle des Wassers einnahm.

---

*) Über die fürchterlichen Überschwemmungen des Wagflusses steht eine interessante Mittheilung vom Freiherrn *Alois* von *Mednyansky* in *Andre's* Hesperus.

Merkwürdig ist es auch, daſs bei den vorhergehenden vielen Regen, die im Juli mehr als ein Mal eine Dauer von 12—24 Stunden hatten, Blitz und Donner nicht vermiſst wurden; dagegen war während und nach den Überschwemmungen kein Blitzstrahl mehr zu sehen, und gleichwohl ist dieser vielmal ein Vorbote des Regens, mag er von langer oder kurzer Dauer seyn. Es ist hieraus klar, daſs zu dieser Zeit die electrische Materie entweder gleichmäſsig vertheilt, oder auf irgend eine Weise gebunden, oder vielleicht ihrer gröſsten Menge nach von den vielen Regen in den Erdboden abgeleitet worden war. Ich will hierüber nichts weiter sagen, es ist für mich genug, eine Erscheinung, die Jedermann zu beobachten Gelegenheit hatte, obgleich sie nur negativ ist, angeregt zu haben.

Nicht eben sonderbar, aber doch bemerkenswerth war mir auch dieser Umstand, daſs die Witterungsanzeigen, die freilich meistens trüglich sind, doch viel ungewisser während dieser Regenzeit waren, als sonst, wenn heiteres Wetter mit trübem Wetter abwechselte. Der Barometer war in immerwährendem Schwanken, bisweilen war sein Stand so hoch, als es hier seiner Natur nach möglich ist, und selbst zu dieser Zeit war kein Tag bis zu seinem Verlaufe völlig heiter: das Gewisseste dagegen war, daſs es gleich wieder regnerisch wurde, sobald das Quecksilber um 1 — 2 Linien gesunken war. Das Regenwetter correspondirte wohl mit seinem Fallen, nicht aber die Heiterkeit mit dem Steigen desselben. Eben so verhielten sich auch die anderen Anzeigen bis zu den Bauernregeln herab; der kleinste Nebel auf Hügeln in den Morgenstunden brachte Nachmittag sicher einen Regen. Die starkglänzenden Gestirne, besonders die mehr erleuchtete Milchstraſse, das lästige Stechen der Fliegen und Bremsen, das unruhige

Verhalten einiger Hausthiere u. d. gl. waren in der Regel die Vorboten eines abermaligen Regens, da umgekehrt die Erscheinungen, die sonst auf gutes Wetter hindeuten sollen, nie für einen ganzen Tag gültig waren; manchmal trafen sie mit den entgegengesetzten Anzeigen zusammen, und wurden, wie es der Erfolg dargethan hat, von den letztern überwogen.

Die Wolken, die in gewöhnlichen Sommern bald hoch, bald niedrig schweben, hatten dieſsmal meistens ein herbstliches Ansehen, sie überstiegen in den Alpen nie die Krummholz-Region *), obgleich über dieses die Atmosphäre heiter war; regnete es aber, so senkten sie sich bis zu den Füſsen der hohen und niedrigen Berge herab, sehr oft fielen sie so tief, daſs sie die Gipfel der Hügel, wie in späten Herbsttagen, ganz einhüllten, und in diesem Falle blieben starke, langwierige Regen nicht aus. Man kann hieraus den Schluſs ziehen, daſs die Atmosphäre auf eine ungewöhnlich sonderbare Art diese Zeit über modificirt gewesen seyn müsse, vermöge welcher ihr das Vermögen entging, die wässerigen Dünste aufzulösen, oder wie immer zu binden, und dadurch ihre Anhäufung zu dichten, schweren Wolkenformen, die ihr Wasser immer wieder der Erde zurückgeben, zu verhindern. Mangel an Wärmestoff, der ohnehin fühlbar war, denn selten erreichte der Thermometer den 14° + nach R., mag wohl eine, vielleicht die Hauptursache davon gewesen seyn; die Windstille aber, die bisweilen wochenlang dauerte, ist wohl der Erzeugung dichter Wolkenmassen günstig, kann aber auch als Folge des vielen Regens angesehen werden, so wie umgekehrt die anhaltenden, bald aus dieser, bald aus jener Gegend kommenden Winde als Folge der Trockenheit. Doch

---

*) Krummholz, *Pinus montana pumila.*

können auch andere Ursachen mit im Spiele gewesen seyn, vielleicht der Mangel an freier Electricität, oder an jenem Ärisirstoff, der das Vermögen besitzt, die aufsteigenden Dünste so zu binden, daſs sie ihre Eigenschaft naſs zu machen, verlieren.

Mehr als alles Übrige, was mir in diesem durch die Verheerungen der Gewässer übel berüchtigten Sommer auffallend gewesen ist, waren die vielen Feldmäuse, die auf den Saatfeldern groſsen Schaden verursachten. In trocknen, warmen Sommern ist ihre starke Vermehrung nichts Ungewöhnliches, die Nässe aber ist den jungen Thieren schädlich, zumal im späten Sommer, wenn die Nächte länger, und schon kühl oder gar frostig sind; gleichwohl habe ich die nicht zu bezweifelnden Spuren von ihrer auſserordentlichen Menge auf erhöhten Plätzen, wo sie, wenn alles in Wasser schwamm, sich hingerettet haben, mit eigenen Augen gesehen. Noch mehr habe ich mich davon überzeugt, als ich während und nach der traurigen Ernte die Äcker durchwühlt fand, und die Ährenleser beobachtete, als sie die unzähligen Mäuselöcher aufgruben, wo sie fast in jedem einen Vorrath von den schönsten Ähren fanden, womit sie in kurzer Zeit die Säcke voll machten und nach Hause trugen; das Übrige aber, was sie in dem aufgewühlten, kothigen Boden nicht aufsammeln konnten oder wollten, den Schweinen überlieſsen, die alles, selbst die noch unbehülfliche Nachkommenschaft jener unholden Gäste, verzehrten. Verwundernd weilte ich auf dem von Menschen und Thieren so umgegrabenen Ackerboden, und konnte mich dabei des Gedankens nicht erwehren, daſs vielleicht die übergroſse Nässe dieses Sommers, wobei die Erde nie austrocknete, das einzige Mittel war, der bis zur gänzlichen Vernichtung der Saaten zu besorgenden Vermehrung der Mäuse Einhalt zu thun. Wenig-

stens ist dieses gewifs, dafs bei einem halbwegs trockenen Sommer sie sich in einer weit gröfseren Progression vermehrt hätten, und wer hätte dann gut dafür gestanden, dafs der Schade, durch sie auf den Feldern verursacht, nicht jenem der Gewässer gleich gekommen wäre? Man kann diesen Gedanken weiter verfolgen, und das, was noch mehr hätte werden können, auffassen. Es sind einige, die Vermehrung der schädlichen Thiergattungen befördernde Dinge in der Natur eben so möglich und bisweilen wirklich, als die Ursachen von ungewöhnlich grofsen Regengüssen, und wenn jene mehrere Jahre ununterbrochen in ihrer Wirksamkeit fortdauern möchten, was würde wohl aus unseren Feldfrüchten werden? Mögen immer verheerende Kräfte manchen Schaden auf der Oberfläche unserer Erde anrichten, sie bleiben an wunderbare Gesetze, die für die Erhaltung des Ganzen nothwendig sind, gebunden, halten andern eben so viel vermögenden das Gleichgewicht, und der durch sie verursachte, einzelne Gegenden treffende Nachtheil ist am Ende doch nur scheinbar. Viele Dinge müssen als Mittel für andere Zwecke verwendet oder nach Umständen verbraucht werden, und die Aufforderungen hiezu sind so nothwendig, dafs ohne dieselben das Grofse und Ganze, worauf die Natur, uns unbewufst, hinarbeitet, nie zu Stande kommen könnte. Mufs doch der Mensch selbst, zwar nicht nach nothwendigen Naturgesetzen, wohl aber aus Pflicht, sein Glück, seine Gesundheit und sein Leben für Vaterland, Freiheit, Religion, Wahrheit u. s. w. wagen, und der augenscheinlichen Gefahr kühn entgegen gehen, in einigen Fällen sich sogar entschliefsen, dem Tode sich in die Arme zu werfen, und das Leben verschmähen und für das allgemeine Beste aufopfern! Wer darf sich erkühnen, so eine, durch die Vernunft geheiligte Pflicht herabzuwür-

digen, selbst wenn sie Tausenden von Menschen das Leben kosten sollte? Ist etwas dabei, was den vernünftig Denkenden mit sich selbst entzweit, so kann man diefs Räthsel getrost der Zukunft überlassen zum Auflösen; aufgelöst mufs es werden, denn die Natur kann nicht für immer mit sich selbst im Widerspruche seyn; ihr Urheber, den der Mensch mit seinen Gedanken zu fassen nicht vermögend ist, soll und mufs einstens gerechtfertiget werden. Falle immer als Opfer für das Ganze, es sey Mensch, Thier oder Gewächs, wenn nur die Pflicht erfüllt, und der grofse Zweck, auf welchen alle Naturkräfte hinarbeiten, erreicht wird! Den scheinbaren Verlust zu ersetzen, den sich aufopfernden Menschen zu würdigen, wird dem überlassen, der Gesetze der blinden Natur, und Pflichten dem vernünftig handelnden Menschen vorgeschrieben hat. Richten wir unser Gemüth auf diese erhabenen Vorstellungen, so werden wir den angerichteten Schaden auf den Feldern, wenn er den Naturgesetzen gemäfs erfolgt, gelassen ertragen, und nicht trostlos in die Zukunft hinsehen, gewifs, dafs alles, was von der ewigen Weisheit angeordnet worden ist, dem ganzen grofsen Zwecke angemessen seyn mufs. Doch genug zur Belehrung und Beruhigung für gewisse Menschen, die nach erlittenem Schaden, von Naturkräften verursacht, ihre Unzufriedenheit mit den göttlichen Anordnungen laut werden lassen; mögen sie, wenn sie anders durch solche Betrachtungen zu bekehren sind, sich bescheiden dem unterwerfen, der sie eben so leicht vernichten kann, so leicht es ihm war, sie aus Nichts in das Daseyn zu rufen.

(Die Fortsetzung folgt.)

VIII.

Neue und verbesserte physikalische Instrumente.

1. Des Wiener Optikers *Plöſsl* aplanatische dioptrische Mikroskope.

Wenn man seine Aufmerksamkeit auf die Leistungen der bis jetzt vorhandenen zusammengesetzten dioptrischen Mikroskope richtet, so findet man, daſs diese Instrumente, ungeachtet der bei denselben, im Einklange mit ihren Vorbildern, den astronomischen Teleskopen, angebrachten Verbesserungen, in Hinsicht auf Schärfe oder Deutlichkeit der Bilder, als dem Hauptpuncte alles mikroskopischen Sehens, den einfachen Linsen noch immer auffallend nachstehen. Beweise für die Richtigkeit dieses Satzes, und überhaupt, Mittel zur entscheidendsten Prüfung der Güte eines Mikroskops, wird ein in dem nächsten Hefte dieser Zeitschrift erscheinender Aufsatz aus der Feder eines erfahrnen Practikers in der Behandlung der Mikroskope darbieten, weſswegen ich hier jede weitere Erörterung dieser Thatsache übergehe. Ich bemerke nur noch, daſs die erwähnte Unvollkommenheit der dioptrischen Mikroskope, da sie selbst bei solchen Instrumenten Statt findet, bei welchen nach *Fraunhofer's* Beispiele durch achromatische Objective jeder Einfluſs der Farbenzerstreuung auf die Reinheit des Bildes hinreichend gehoben ist, offenbar nur der Abweichung der Lichtstrahlen wegen der sphärischen Gestalt der Gläser zugeschrieben werden kann, die bei den Dimensionen, in welchen unsere Künstler diese Objective darzustellen genöthiget sind, eine hinreichende Gröſse besitzt, um gewisse Details der Gegenstände

(z. B. die feinen parallelen Linien auf den Schuppen der Schmetterlingsflügel) gänzlich zu verwischen, welche man doch mittelst einfacher Linsen bei weit geringeren Vergröſserungen sehr deutlich sieht.

Dieser Vorwurf trifft zwar die nach *Amici's* Angabe ausgeführten catadioptrischen Mikroskope nicht, da bei denselben, wenn sie mit der gehörigen Sorgfalt construirt sind, gar keine des Erwähnens werthe Abweichung Platz greifen kann; jedoch scheinen diese Instrumente, die Schwierigkeiten, welche der Verfertigung vollkommen genau elliptischer Spiegel entgegenstehen, abgerechnet, an einem anderen, bei stärkeren Vergrösserungen sehr fühlbaren Übel, nämlich an Lichtschwäche zu leiden: wenigstens war dieſs bei den mir bis jetzt zu Gesichte gekommenen Exemplaren der Fall.

Es blieben demnach, sobald es sich um die Beobachtung der kleinsten Details eines Gegenstandes handelte, die einfachen mikroskopischen Linsen bis jetzt selbst denjenigen unentbehrlich, welchen die Erzeugnisse der berühmtesten Künstler neuerer Zeit zu Gebote stehen.

Allein, es läſst sich nicht läugnen, daſs der Gebrauch einfacher Linsen von geringen Brennweiten mit den lästigsten Unbequemlichkeiten verknüpft ist; daher kann man die Aufgabe, den achromatischen Mikroskopen eine Einrichtung zu geben, bei welcher, ohne der zum deutlichen Sehen kleinerer Gegenstände erforderlichen Öffnung der Objective Abbruch zu thun, die sphärische Abweichung mit erwünschter Genauigkeit gehoben wird, d. h. dieselben *aplanatisch* zu machen, als eine höchst wichtige, und deren Lösung als einen bedeutenden Fortschritt in der practischen Optik ansehen.

Unser ausgezeichneter Optiker *Plöſsl*, dessen frühere achromatische Mikroskope bereits von Sachkennern

bewundert wurden, hat die so eben ausgesprochene Forderung kürzlich auf eine höchst einfache Weise realisirt.

Bekanntlich haftet an dem durch Zusammenwirken mehrerer Sammelgläser entstandenen Bilde eine geringere sphärische Abweichung, als man durch eine einzelne Linse von gleicher Brennweite zu erzielen im Stande ist (vergl. diese Zeitschrift I. Band, S. 305); diese Bemerkung benützend, gibt Herr *Plöſsl* seinen gewöhnlichen achromatischen Objectiven, welche den zu einem Mikroskope gehörenden Einsatz bilden, nunmehr solche Fassungen, daſs man je zwei, oder auch drei derselben nach Belieben an einander schrauben, und so vereinigt statt eines einzelnen Objectives gebrauchen kann. Da jedoch die Gröſse der Abstände, in welchen sich die Bestandtheile eines solchen zusammengesetzten Objectives befinden, keineswegs gleichgültig ist; so geht die Absicht des Künstlers bei der Anlage der Fassungen nur dahin, daſs immer nur solche (zwei oder drei) achromatische Linsen, deren Brennweiten einander zunächst liegen, an einander zu fügen sind, und hiebei von je zweien derselben die dem Gegenstande nähere Linse die geringere Brennweite habe.

Um deutlich einzusehen, wie sich diese combinirten Objectivlinsen einander unterstützen, bedenke man, daſs bei Anwendung eines einzelnen Objectives der zu betrachtende Gegenstand in eine bestimmte Entfernung von demselben gestellt werden muſs, damit sein Bild mittelst des Ocularapparates deutlich gesehen werde; setzt man ersterem Objective ein zweites vor, so muſs dieses die von dem Gegenstande ausgehenden Lichtstrahlen dergestalt auf jenes senden, als gingen sie von einem in der früher genannten Entfernung vom ersteren Objective befindlichen Gegenstande aus: da nun zwischen beiden Objectiven kein wirkliches Bild des Gegenstandes

zu Stande kommen soll, so darf der Abstand derselben die Brennweite des ersteren nicht übertreffen, und der Gegenstand muſs dem zweiten Objective näher stehen, als der Brennpunct dieses letzteren. Dieser Umstand nöthiget zwar beim Gebrauche stark vergröſsernder Linsen das Ende des Mikroskopes sehr nahe an den zu beobachtenden Gegenstand zu bringen, was in manchen Fällen lästig erscheint; allein diese kleine Unbequemlichkeit wird durch die groſsen Vortheile, welche aus der Verbindung mehrerer Linsen (wobei eine viel grössere Öffnung wirksam ist als bei dem gelungensten einzelnen achromatischen Objective) für die Deutlichkeit und Helligkeit des Bildes erwachsen, reichlich überwogen.

Die Lichtstrahlen treffen das vom Gegenstande entferntere Objectiv so, als ob sie von einem gröſseren Gegenstande herkämen, wodurch eine, die Vergröſserungskraft dieses Objectives für sich allein genommen übersteigende Wirkung hervorgebracht wird. Bezeichnet man die Vergröſserungen, welche zwei Objective, jedes einzeln am Mikroskope angebracht, geben, durch m und m'; ihren Abstand durch δ, und die Brennweite des dem Gegenstande näheren, worauf sich m bezieht, durch f, so kann man, wie eine leichte Überlegung lehrt, die durch die Vereinigung beider Objective erzeugte Vergröſserung näherungsweise durch

$$m + m' + 1 - m' \cdot \frac{\delta}{f}$$

ausdrücken, wornach sich der Effect des zusammengesetzten Objectivs hinreichend beurtheilen läſst. Nicht schwieriger wäre es, die Wirkung dreier mit einander verbundener Objective durch eine näherungsweise Formel anzugeben, was ich jedoch hier unterlasse, da ich mir die Darstellung der mathematischen Theorie dieser Mikroskope für eine andere Gelegenheit vorbehalte.

Um über die Leistungen der neuen *Plöſsl*'schen Mikroskope einige Auskunft geben zu können, habe ich eines der gegenwärtig unter den Händen dieses Künstlers befindlichen Instrumente gröſserer Art (vergl. dessen Preisverzeichniſs im vierten Bande dieser Zeitschrift, S. 124) in Gesellschaft des Herrn Regierungsrathes Freiherrn von *Jacquin* genau untersucht. Die fünf achromatischen Objective desselben, welche ich hier mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 bezeichne, hatten 24, 18, 12, 8, 6 Wiener Duodecimallinien Brennweite bei 4, $3\frac{1}{3}$, $2\frac{3}{4}$, 2, $1\frac{1}{2}$ Lin. Öffnung. Sie gaben theils einzeln, theils mit einander verbunden nachstehende lineare Vergröſserungen, welche ich nach der Methode des Freiherrn v. *Jacquin* (s. diese Zeitschrift IV. Bd.) mittelst eines *Plöſsl*'schen, die Wiener Duodecimallinie in 60 Theile getheilt darstellenden Glasmikrometers stets an denselben Theilstrichen desselben und der Hülfsscale gemessen habe.

Objectiv.	Ocular Nro. 1.	Ocular Nro. 2.	Objectiv.	Ocular Nro. 1.	Ocular Nro. 2.
1	18	30	1, 2 u. 3	80	135
2	25	45	1, 2 » 4	90	150
3	48	80	1, 2 » 5	110	190
4	65	108	1, 3 » 4	103	180
5	90	160	1, 3 » 5	120	210
1 u. 2	45	77	1, 4 » 5	135	240
1 » 3	66	108	2, 3 » 4	103	180
1 » 4	84	135	2, 3 » 5	120	210
1 » 5	103	180	2, 4 » 5	135	240
2 » 3	72	120	3, 4 » 5	135	240
2 » 4	90	150			
2 » 5	108	200			
3 » 4	100	180			
3 » 5	120	210			
4 » 5	135	240			

Von vorzüglicher Deutlichkeit waren die Combinationen 1.2, 2.3, 3.4, 4.5, 1.2.3, 1.3.4, 1.4.5, 2.3.4, 2.4.5, 3.4.5. Bei der Verbindung 2.3 sah man mit dem Ocular Nro. 1 die Linien auf den blauen Schuppen des Schmetterlings Menelaus vollkommen deutlich, während man hievon bei der viel stärkeren Vergröſserung, welche die einzelne Linse 5 mittelst des Oculars Nro. 2 darbot, keine Spur wahrnahm. Die Combinationen dreier Objective übertrafen noch jene von zweien in Bezug auf Deutlichkeit, und gestatteten, ohne derselben Abbruch zu thun, die Anwendung eines Oculars, mittelst welchem die Vergröſserung auf die beträchtliche Höhe von 420 Mal linear gesteigert wurde. In jeder Beziehung endlich leistete das hier angeführte Instrument mehr, als man von den besten einfachen mikroskopischen Linsen je erwarten kann. (v. *E.*)

2. Volumeter von *Hare.*

(Annals of phil. Aug. 1828, *p.* 126.*)*

Das Instrument, von welchem hier die Rede ist, dienet, wie schon sein Name anzeigt, dazu, ein bestimmtes Volumen Gas von einer gröſseren Masse desselben zu sondern. Es kann auf zwei verschiedene Arten construirt werden. Die erste derselben stellt Fig. 1 vor. *B* ist das Gefäſs, welches zur Aufnahme des Gases bestimmt ist. Am oberen Theile *O* ist es durch ein Kegelventil geschlossen, das sich von auſsen nach innen öffnet, und zwar durch sein eigenes Gewicht; der untere Theil ist in eine röhrenförmige Fassung *C* eingekittet, durch welche ein Kolben geht, dessen Ende in *p* zu sehen ist, und der durch das ganze Gefäſs bis zur Klappe in *O* reicht. Seitwärts hat diese Fassung einen Ausschnitt *A*, der so angebracht ist, daſs von demselben die Communication des äuſseren Raumes mit dem Ge-

fäfse *B* hergestellt wird, sobald man den Kolben herabzieht. Dieses Herabziehen geschieht durch einen Druck auf den Hebelarm *L*, welcher an dem Handgriffe des ganzen Instrumentes mit einer Charniere befestiget ist, und durch eine Feder in der Lage erhalten wird, wo der Kolben die Öffnung *A* schliefst.

Will man dieses Instrument brauchen, so füllt man das Gefäfs *B* mit Wasser oder Quecksilber, bringt es in einen Behälter, worin sich Gas befindet, und drückt dann mit dem Finger auf den Hebel *L*. Sobald dieses geschieht, wird der Kolben herabgezogen, die Öffnung *A* frei, und zugleich die Klappe in *O* geöffnet; die Flüssigkeit kann durch die Öffnung *A* herausfliefsen, und das Gas durch *O* an deren Stelle gelangen. Sobald man mit dem Druck auf den Hebel *L* nachläfst, schliefsen sich beide Öffnungen, und man kann das eingeschlossene Gas sammt dem Gefäfse nach Belieben übertragen. Es ist klar, dafs das so erhaltene Gasvolumen stets dasselbe ist, aber die Gasmenge kann doch in verschiedenen Fällen verschieden seyn, weil sie auch von der Dichte desselben abhängt. Soll auch die Gasmenge stets dieselbe seyn, so mufs die Flüssigkeit innerhalb und aufserhalb des Gasgefäfses gleich hoch stehen. Dieses ist besonders genau zu berücksichtigen, wenn das Gas mit Quecksilber abgesperrt ist, wegen dessen grofsem spec. Gewichte ein kleiner Unterschied in der Höhe der äufseren und inneren flüssigen Säule schon einen bedeutenden Einflufs auf die Dichte des Gases hat. Um diese Gleichheit der Säulen leichter herzustellen, bedient sich *Hare* einer heberförmigen Röhre, welche mittelst eines Hahnes den ersteren Raum mit dem im Gasbehälter in Communication setzt. In diesen Heber wird zur Vermeidung einer Verunreinigung des Gases mit äufserer Luft eine kleine Menge von einer Flüssigkeit gegeben, welche

kein Gas absorbirt, z. B. bei Ammoniakgas flüssiges Ammoniak, bei salzsaurem Gas flüssige Salzsäure. Steht diese Flüssigkeit in beiden Armen gleich hoch, so herrscht zwischen der äufseren Luft und dem Gase Gleichgewicht.

Eine andere Vorrichtung zu demselben Zwecke ist in Fig. 2 abgebildet. Hier wird das Gasgefäfs unmittelbar mit einer Federklappe geschlossen, die sich hebt und das Gefäfs öffnet, wenn man den Hebelarm gegen die Handhabe drückt.

Wird dieses Gefäfs in eine Flüssigkeit getaucht, und dann die Klappe geöffnet, so entweicht daraus die Luft, und wird durch diese Flüssigkeit ersetzt. Kehrt man das Gefäfs um, taucht es mit dem Rande in eine Flüssigkeit, und öffnet hierauf die Klappe, so kann man ein beliebiges Gas einfüllen, wie dieses bei jedem anderen Gefäfse der Fall ist. Atmosphärische Luft läfst sich von einem bestimmten Platze gar leicht einfüllen, weil man nur daselbst das mit Wasser oder Quecksilber gefüllte Gefäfs dieser Flüssigkeit zu entledigen braucht.

Hare beschreibt auch noch einen anderen Gasmesser, der in Fig. 3 abgebildet ist. Er unterscheidet sich von dem in Fig. 1 abgebildeten Gefäfse dadurch, dafs die Handhabe selbst eine Röhre ist, in welcher sich ein Kolben bewegen läfst, der seiner Länge nach eine Scale trägt, aus der man erkennen kann, wie grofs bei einer bestimmten Stellung desselben der innere Raum ist.

3. *Baily's* unveränderliches Pendel.

(Ebendaselbst, p. 137.)

Baily erstattete der astronomischen Gesellschaft zu London am 13. Juni l. J. einen kurzen Bericht über die Vortheile eines unveränderlichen Pendels von besonderer Einrichtung. Dieses Pendel beruht auf dem bekannten Grundsatze, dafs sich die Axe der Drehung und die

Axe der Schwingungsmittelpuncte mit einander verwechseln lassen, ohne eine Änderung in der Schwingungszeit. Bekanntlich hat Cap. *Kater* nach diesem Principe sein Pendel eingerichtet; allein das hier in Rede stehende unterscheidet sich von diesem dadurch, dafs es kein verschiebbares Gewicht hat, sondern aus einer bloſsen vierkantigen Stange von Eisen oder Kupfer besteht, an welcher zwei Schneiden unveränderlich angebracht sind. Die Verfertigung eines solchen Pendels beschreibt *Baily* auf folgende Weise: Man nehme eine ebene, gerade Metallstange (Fig. 4) von 2 engl. Z. Breite, $1/2 — 3/4$ Z. Dicke, und $62\, 1/2$ Z. Länge. 5 Zoll von einem Ende wird die Schneide eines dreieckigen Prismas *A*, und 39.3 Z. davon entfernt die eines anderen gleichen *B* auf die bekannte Weise festgemacht. Die Entfernung von 39.3 Z. wird darum gewählt, weil ein solches Pendel stets nach 15 Minuten mit dem Pendel einer astrom. Uhr coincidirt; wollte man eine Coincidenz nach jeder zehnten Minute bewirken, so müfste man diese Entfernung gleich 39.4 Z. machen, u. s. f.

Um ein solches Pendel zu adjustiren, stellt man es mit der Schneide auf eine Achatfläche, und bestimmt auf die gewöhnliche Weise die Anzahl der Schwingungen; kehrt dann das Pendel um, so dafs *B* die Drehungsaxe wird, und thut dasselbe. Bei diesen vorläufigen Arbeiten ist es nicht nöthig, die Beobachtung über *eine* Coincidenz auszudehnen, auch bedarf es keiner anderen Correction, als der wegen des Schwingungsbogens und der Temperatur des Raumes, weil alle anderen Quellen etwaiger Fehler in beiden Lagen des Pendels dieselben bleiben, und daher vorläufig unberücksichtiget bleiben können. Findet man dabei, dafs bei der Drehungsaxe *B* in einem Tage weniger Schwingungen gemacht werden, als bei *A*, so feilt man am Ende gegen *B* etwas weg, bis

für beide Schneiden, der Synchronismus hergestellt ist. Wie viel weggenommen werden soll, läſst sich nur durch Versuche bestimmen; dabei muſs man aber, wenn man der Wahrheit schon nahe ist, die Feile mit besonderer Behutsamkeit führen und möglichst scharf beobachten. Es ist schwer zuletzt das rechte Maſs zu treffen, und man kommt leicht dahin, daſs der entgegengesetzte Fehler eintritt, zu dessen Beseitigung eine Zugabe in *B* nothwendig wird. Um diese anbringen zu können, lieſs *Baily* in *B* ein kleines Loch bohren, in welches eine Schraube paſst. Unter diese läſst sich ein Bleiplättchen anbringen, und so der gehörige Grad von Genauigkeit erzwecken.

Die Hauptvortheile dieser Einrichtung gibt *Baily* folgender Maſsen an:

1. Hat man auf diese Weise zwei Pendel; die Resultate derselben lassen sich einzeln oder mit einander vereinigt brauchen, wie es einem beliebt, und jedes controllirt das andere besser, als wenn man zwei verschiedene Metallmassen brauchte, die vielleicht ein verschiedenes spec. Gewicht haben, und sich auch in der Wärme verschieden ausdehnen. 2. Sind die Schneiden einmal gehörig rectificirt, so bleiben sie so, in welche Weltgegend man sie immer bringen mag, und setzen so den Beobachter in den Stand, die Länge des Secundenpendels an jedem Orte zu bestimmen, wo man Schwingungsversuche macht. 3. Kann man sich leicht überzeugen, ob das Pendel nicht vielleicht eine zufällige Verletzung erlitten hat; denn diese zeigt sich alsogleich durch einen Unterschied in der Schwingungszahl, wenn man das Pendel auf beiden Schneiden oscilliren läſst. Ja selbst wenn ein solcher Unfall eintritt, so bleibt doch nach demselben das Verhältniſs der Schwingungszahlen beim Gebrauche beider Schneiden in allen Theilen der

Erde dasselbe, und gibt für den Überrest der Reise dasselbe Vergleichungsmittel ab. Bei den auf gewöhnliche Weise eingerichteten Pendeln schreibt man die von einer solchen Verletzung herrührenden Abweichungen Beobachtungsfehlern zu, und kann erst nach der Zurückkunft an den Platz, wo das Pendel früher oscillirte, den Fehler kennen lernen; es bleibt aber die Zeit, wo das Pendel die schädliche Änderung erlitt, stets ungewiſs, und die ganze Reihe der Beobachtungen wird verdächtig. Auch die Gestalt des Pendels gewährt mehrere Vortheile. Da es keine Hervorragungen hat, sondern ganz eben und in seinen Dimensionen gleichmäſsig ist, so ist es auch nicht so leicht Verletzungen unterworfen. Es läſst sich besser verpacken und leichter transportiren. Weil kein Theil desselben beweglich ist, sondern alles eine fixe Lage hat, so ist es auch zu präcisen Bestimmungen mehr geeignet.

4. Registerthermometer von *J. King* in New Sudwallis.

(Edinb. journ. N. XVII., p. 113.*)*

King macht den gewöhnlichen sogenannten Maximum-Thermometern, bei denen die Quecksilbersäule beim Steigen ein Stahlstängelchen vor sich herschiebt, und es beim Zusammenziehen am höchsten Puncte liegen läſst, den Vorwurf, daſs sie sich nicht wohl transportiren lassen, und auch zur See wegen der beständigen Bewegung des Schiffes von keiner Anwendung sind, indem bei jedem Stoſse sich das Stahlstängelchen ins Quecksilber taucht. Er schlägt nun zwei verschiedene Vorrichtungen vor, die besser zum Zwecke führen sollen. Die erste ist in Fig. 5 abgebildet, und stellt ein Doppelthermometer vor, welches aus einer einzigen Röhre verfertiget zu seyn scheint. Das eine dieser zwei

Thermometer *A* ist wie ein gewöhnliches Quecksilberthermometer eingerichtet, und auch mit einer Scale versehen, wie sie diese Instrumente zu haben pflegen; das zweite hingegen hat eine von jenem verschiedene Einrichtung. Es reicht nämlich die Röhre *B* in das Quecksilbergefäſs *H* hinein, wie dieses in Fig. 6 zu sehen ist, und läuft in demselben in eine Spitze aus. Diese Röhre enthält nicht wie die erstere Quecksilber, sondern gefärbten Weingeist, der durch eine in *E* befindliche Luftsäule vom Quecksilber getrennt ist. Das Gefäſs *H*, welches mit *G* möglichst gleichen Inhalt haben muſs, ist bis *D* mit Quecksilber gefüllt, enthält aber ober diesem Luft.

Beim Gebrauche wird dieses Instrument wie ein gewöhnliches Thermometer aufgehängt, und so adjustirt, daſs die Röhre *B* bloſs Weingeist enthält. Steigt nun die Temperatur, so dehnt sich das Quecksilber im ersten Thermometer aus, wirkt auf die Luft in *E*, und durch diese auf die Weingeistsäule in *B*. Dadurch tritt ein Theil desselben in das Gefäſs *H*, und steigt wegen seines geringeren spec. Gewichtes über das Quecksilber daselbst. Sinkt nun die Temperatur wieder, so gelangt statt des vertriebenen Weingeistes eine proportionirte Quecksilbersäule in die Röhre *C*, aus deren Länge man abnehmen kann, wie groſs die höchste Temperatur war, welcher das Instrument ausgesetzt war.

Um dieses Thermometer wieder zu fernerem Gebrauche einzurichten, berührt man das Gefäſs *G* mit einer warmen Hand, und vertreibt dadurch die Quecksilbersäule aus der Röhre *B*. Ist dieses erfolgt, so bringt man, ohne die erwärmende Hand zu entfernen, das Instrument in eine geneigte Lage, daſs die Spitze *C* das Quecksilber verläſst, und nur mehr in Weingeist getaucht ist, zieht dann die Hand zurück, läſst das Ther-

mometer die vorige Temperatur annehmen, damit der Weingeist wieder in die Röhre *B* gezogen werde. Sobald dieses geschehen ist, hängt man das Instrument wieder an seinen Platz, denn nun ist es zu einer ferneren Beobachtung des Maximums der Temperatur geeignet.

Man kann den Weingeist auch ganz weglassen, und dafür die Röhre *B* bloſs mit Luft füllen, doch dürfte nach *King's* Meinung dadurch die Richtigkeit des Instrumentes leiden, wenn nicht etwa durch Horizontallegen diesem Übel abgeholfen wird. Auf den ersten Blick scheint dieses Instrument schwer zu verfertigen zu seyn; man kann sich aber die Arbeit bedeutend erleichtern, wenn man jedes der zwei Thermometer für sich verfertiget, und sie hierauf in *E* mit einander verbindet.

King gibt noch eine andere Einrichtung eines Registerthermometers an, welches mit dem von *Blackadder* bekannt gemachten, und im Bd. 2, S. 78 dieser Zeitschrift beschriebenen im Wesentlichen übereinstimmt. Ich habe mich durch viele Versuche, die ich mit einem solchen Instrumente anstellte, überzeugt, daſs es kein genaues Resultat gibt, weil nicht alles Quecksilber, welches durch die Wärme aus der offenen Thermometerröhre vertrieben wird, und in die daran gesteckte Kugel fallen soll, wirklich dahin fällt, sondern an der äussersten Glasspitze der Röhre einen bald gröſseren, bald kleineren Tropfen bildet, der sich beim Sinken der Temperatur wieder in die Röhre zurückzieht. Daher fällt das Maximum der Temperatur, welches dieses Instrument anzeigt, stets geringer aus, als es wirklich ist.

IX.

Fortschritte der Physik in der neuesten Zeit.

A. Allgemeine Physik.

1. Beobachtungen über die in Krystallen enthaltenen Flüssigkeiten. Von *W. Nicol.* *(Edinb. phil. journ. N. 9, p. 94.)*

Im ersten Bande dieser Zeitschrift S. 414 u. f. war von den Flüssigkeiten die Rede, welche *Brewster* in mehreren Mineralien gefunden hat. Daselbst (S. 429) ward auch angezeigt, daſs *Nicol* einige Tröpfchen einer Flüssigkeit, die in einem Schwerspathkrystalle enthalten war, bald nachdem sie denselben verlassen hatten, die feste Gestalt annehmen, und selbst einen Krystall derselben Art bilden sah. *Nicol* hat die Beobachtungen über diesen Gegenstand weiter fortgesetzt, und sie in dem angezeigten Journale bekannt gemacht. Längere Zeit nach der ersteren erwähnten Erfahrung fand er in seinem Cabinette einen anderen Schwerspathkrystall, der mehrere Öffnungen enthielt, in deren jeder eine Flüssigkeit und ein bewegliches Luftbläschen bemerkt werden konnte. Als die Luft erwärmt wurde, vertrieb sie aus feinen Spalten die Flüssigkeit aus dem Krystall. Da erschien sie nun in der Form von Tropfen von verschiedener Gröſse, doch war einer derselben bedeutend gröſser als die übrigen. Jede Höhlung lieferte Tropfen von besonderer Gestalt. Die von einer waren halbkugelförmig und schienen sehr dicht, die von einer anderen dehnten sich weit aus, und bewiesen dadurch weniger Zusammenhang und eine gröſsere Anziehung zwischen den Theilen der Flüssigkeit und der Krystallmasse, aus welcher sie kamen. Auch krystallisirten die von verschiedenen Öffnungen

kommenden Flüssigkeiten nicht zugleich. Einige brauchten zur völligen Krystallisation 24 Stunden, andere krystallisirten, sobald sie aus dem Krystall getreten waren. Die dichteren halbkugelförmigen Tropfen schienen nur sehr wenig durch Verdünstung zu verlieren, während die anderen dadurch einen bedeutenden Verlust zu erleiden schienen. Bei den ersteren lieferte jeder Tropfen der Flüssigkeit nur einen einzigen Krystall, bei den übrigen hingegen ging aus einem eine grofse Anzahl von Krystallen hervor, welche immer innerhalb des Umfanges des Tropfens in einer Krümmung lagen. Einige Krystalle hingen mit einander zusammen, andere waren von einander mehr oder weniger frei, aber alle hatten dieselbe Gestalt, nämlich die eines geraden Prisma mit rhombischer Basis.

Da nun der Schwerspath eine Flüssigkeit von seiner eigenen Masse in sich enthält, so scheint der Schlufs nicht übereilt zu seyn, dafs dasselbe bei anderen Flüssigkeiten auch der Fall ist.

Von der Wahrheit dieses überzeugte sich *Nicol* bei einem Flufsspath. Er brachte an einem Krystall dieses Minerals, der eine Höhlung mit Flüssigkeit enthielt, einen Schnitt an. Sobald dieser vorhanden war, begann sich die zugleich in der Höhlung enthaltene Luft auszudehnen, und trieb die ganze Flüssigkeit heraus. Sie erschien in der Gestalt von zwölf kleinen Tropfen, die zäh und halbkugelförmig waren, aber einer derselben viel gröfser als die übrigen. Einige Stunden nach dem Austritt der Flüssigkeit sah man noch keine Spur von einer Krystallisation; aber am nächsten Morgen konnte man deutlich eine Anzahl kubischer innerhalb des Raumes des gröfseren Tropfens wahrnehmen. Sie waren völlig in die Flüssigkeit eingetaucht, in der sich auch einige Luftbläschen befanden, welche zugleich mit ihr

die Höhlung verlassen hatten. Diese Krystalle nahmen täglich an Volumen zu, während die Flüssigkeit auf eine entsprechende Weise abnahm, aber erst am folgenden Tage war alle Flüssigkeit in den festen Zustand übergegangen. Nur eine kleine Spur von Flüssigkeit blieb an der Oberfläche der Krystalle zurück, und verschwand auch in der Folge nicht. Einige sehr kleine Tropfen blieben stets flüssig. Wenn die Krystalle so zugenommen hatten, daſs sie der Oberfläche der Flüssigkeit nahe kamen, drangen die äuſsersten Ecken derselben aus ihr hervor, und sie hatten dann die Gestalt einer umgekehrten vierseitigen Pyramide, wie man sie oft an Krystallen des Kochsalzes sieht, wenn sie schnell entstanden sind.

In allen Krystallen, welche *Nicol* untersuchte, fand er die Spannkraft der eingeschlossenen Luft so groſs, daſs sie, sobald eine Öffnung entstanden war, die ganze Flüssigkeit aus der Höhlung vertrieb. Im Fluſsspath war ihre Ausdehnung noch gröſser, als zur gänzlichen Vertreibung der Flüssigkeit nothwendig war, denn es drang sogar ein Theil der Luft mit dem letzten Antheil der Flüssigkeit aus der Öffnung. Auch in den Schwerspathkrystallen hatte die Luft eine so groſse Spannkraft, daſs sie, wenn man am Krystalle schnell eine Öffnung anbrachte, augenblicklich die ganze Flüssigkeit vertrieb. *Nicol* will auch ein merkwürdiges Verhalten der Luftblase in solchen Höhlungen bemerkt haben. Das bewegliche Luftbläschen nahm in der Höhlung stets den obersten Platz ein; nur wenn man die Oberfläche des Krystalls an der unteren Seite mit einem glühenden Draht berührte, stieg es in beschleunigter Bewegung herab. Entfernte man diesen Draht, so stieg es in gleichförmiger Bewegung wieder hinauf,

2. Versuche über den Druck der See in bedeutender Tiefe. Von *J. Green.*

(Annals of phil. Juli 1828, p. 36.)

Seefahrer haben oft die Erfahrung gemacht, dafs sich gut verkorkte und verpichte Flaschen, wenn sie in bedeutende Tiefen herabgelassen wurden, mit Wasser gefüllt haben, ohne dafs man am Korke eine Verletzung oder Verschiebung bemerken konnte. Einige Physiker haben sich diese Erscheinung daraus erklärt, dafs das Wasser vermöge des starken Druckes der See durch den Kork und dessen Verkleidung dringe, so wie Quecksilber bei dem bekannten Versuche, dem Quecksilberregen, vermöge des Luftdruckes durch Holz getrieben wird; andere meinen aber, das Wasser dringe durch die Zwischenräume des Glases in das Gefäfs. Um über diesen Gegenstand etwas mehr Licht zu verbreiten, hat *Green* am 7. Mai 1828 in der Breite von 48° N. und in der Länge von 24° 34′ einen Versuch angestellt. Es wurde eine hohle Glaskugel luftdicht versiegelt, an eine Leine befestiget, mit einer Bleimasse beschwert, und 1380 F. tief unter den Meeresspiegel versenkt. An derselben Leine aber 180 F. über der Kugel befand sich eine kleine Flasche mit einem luftdicht passenden Glasstöpsel; 300 F. über dieser war eine andere starke Flasche mit langem Halse angebracht, in welchen vorläufig ein guter Kork getrieben, und der dann mit Pech verkittet war; über ihm befanden sich zwei mit Pech getränkte Leinentücher. 80 F. über dieser Flasche eine noch stärkere, aber wie jene verkorkte und verpichte, nur mit dem Unterschiede, dafs sie oben nur mit einem einfachen Tuche bedeckt war. 180 F. über dieser befand sich eine kleine, dünne, mit süfsem Wasser gefüllte und verkorkte Flasche, und endlich 18 F. höher eine gut verkorkte und verpichte leere Flasche, durch de-

ren Pfropf eine Segelnadel ging. Der Versuch gab folgendes Resultat:

Die obere leere Flasche war zur Hälfte mit Wasser gefüllt, der Kork aber und die Verpichung waren so unbeschädiget wie vor dem Versuche. Der Pfropf an der zweiten Flasche mit süfsem Wasser, von oben an gerechnet, war etwas gelüftet und in die Höhe getrieben, das Wasser war salzig. Die dritte, nur mit einem einfachen Tuche überdeckte Flasche, kam leer zum Vorschein, und in demselben Zustande, wie vor dem Hinabsenken. Die vierte langhälsige, mit doppeltem Tuche versehene Flasche war in Stücke zerbrochen, so dafs nur der vom Tuche umgebene Theil übrig blieb. Vielleicht hat sie sich in der Tiefe mit verdichtetem Seewasser gefüllt, welches beim Heraufziehen sich ausgedehnt, und die Flasche zersprengt hat. Wäre sie durch eine von aufsen angebrachte Kraft zerdrückt worden, so hätte auch der vom Tuche umgebene Theil zerbrochen werden müssen. Die fünfte Flasche mit dem gläsernen Stöpsel war auf ein Viertel mit Wasser gefüllt. Die hohle Glaskugel, welche den untersten Platz einnahm, fand sich vollkommen leer, und hat nicht die mindeste Veränderung erlitten. Man kann hieraus den Schlufs ziehen, dafs das Wasser in der Tiefe von 138° F. durch den Pfropf und seine Umgebung in das Gefäfs eingedrungen ist, und nicht durch die Zwischenräume des Glases.

B. O p t i k.

1. Einfachsehen mit beiden Augen. Von *Twining.*

(Edinb. journ. N. XVII., p. 143.*)*

Der Grund, warum wir mit zwei Augen doch die Gegenstände aufser uns nur einfach sehen, ist noch kei-

neswegs mit der Evidenz dargestellt, daſs neue Forschungen über diesen Gegenstand überflüssig wären. Darum mag hier das Platz finden, was in der neuesten Zeit in England hierüber erschienen. Die Arbeit *Twining's* enthält historische Notizen über die verschiedenen Erklärungen des Einfachsehens, und eine kritische Beleuchtung derselben. Es werden die Ansichten *Berkeley's*, *Smith's*, *Reid's*, *Well's*, *Newton's* und *Wollaston's* angeführt und bestritten. Unter allen diesen ist die des letzteren vorzüglich hervorgehoben, und es scheint, als gelte *Twining's* Arbeit völlig der Widerlegung derselben. *Wollaston* leitet bekanntlich das Einfachsehen von der Halbdurchkreuzung der Sehnerven her, und bekräftiget seine Behauptung theils durch die von den Anatomen nachgewiesenen Thatsachen, theils durch Erscheinungen an Menschen, bei denen sich dieser Nerv in einem krankhaften Zustande befand *). Gegen die Annahme einer Halbdurchkreuzung der Sehnerven und den daraus hergeleiteten Grund des Einfachsehens werden nun folgende Beweise angeführt.

1. Bei der Section einer Leiche, an welcher das linke Auge exstirpirt war, hatte der linke Sehnerv eine tintenschwarze Farbe, die vom Vereinigungspuncte der Nerven an sich rückwärts erstreckte. Der kranke Nerv

---

*) *Wollaston* nimmt an, die Retina werde an der Nasenseite von den Nerven gebildet, die von einem Stamme herkommen, an der Schlafſseite hingegen von denen, welche der andere Stamm liefert, so daſs zur Bildung der Retina in demselben Auge beide Sehnerven zugleich beitragen. Er führt zur Unterstützung dieser Behauptung an, daſs in Fällen einer partiellen Blindheit, die er an sich und an anderen beobachtet hatte, mit beiden Augen die rechte Seite der Objecte nicht wahrgenommen werden könne.

innerhalb des Craniums war so dick wie ein kleiner Finger, und der entsprechende Sehhügel *(thalamus nervi optici)* um ein Drittel gröfser als der andere, übrigens aber nicht abnorm gebildet. Die oben erwähnte dunkle Farbe war auf die linke Seite des Nerv beschränkt, die rechte Seite hatte ihre natürliche Farbe, und war mit dem kranken schwarzen Nerv durch Zellengewebe vereiniget. Der Patient hatte erst zwei Monate vor der Operation eine Augenaffection empfunden.

2. *Morgagni* behauptet, *Hildanus* habe bei der Secirung eines Subjectes, das auf einem Auge blind war, den entsprechenden Nerv in der Nähe der Stelle, wo sich die Sehnerven zu vereinigen pflegen, ganz zerstört gefunden.

3. Ein Mann war auf dem linken Auge ganz blind, und hatte beide Augenlieder geschlossen. Er starb, und man fand beim Seciren eine Unze coagulirtes Blut am rechten Sehhügel, das bis zur Seitenhöhle *(ventriculus lateralis)* hinreichte. Hier findet sich also eine Verletzung jenseits der Vereinigungsstelle der Nerven, die eine Blindheit auf einem Auge, und nicht eine halbe Blindheit auf beiden Augen zur Folge hatte, und doch hätte letztere Statt finden müssen, wenn es mit der Halbdurchkreuzung der Sehnerven seine Richtigkeit hätte.

4. Ein Patient war auf der rechten Seite vom Schlag berührt. Bei der Secirung der Leiche entdeckte man, dafs der rechte Sehhügel zerstört sey. Dessen ungeachtet trat hier keine Hemiopsie ein.

5. Ein Patient war auf der rechten Seite gelähmt, und lebte noch vier Jahre nach dem ersten Anfall. Nach seinem Tode wurde er secirt, und man fand am rechten Sehhügel eine Blutergiefsung. Auch hier fand keine Hemiopsie Statt. *Rostan* führt in seinem Werke: *Sur le Ramollissement du Cerveau*, an, dafs in solchen Fällen

häufig die gestreiften Hügel *(corpora striata)* und die Sehhügel der rechten Seite leiden, und dafs daraus öfters eine Unvollkommenheit im Sehen oder gar Blindheit hervorgehen, und manchmal eine Pupille mehr erweitert erscheint, als die andere; er erwähnt aber nicht, dafs dabei Hemiopsie eintrete.

6. *Caesalpinus* sagt: *Repertus est aliquando in anatome, alter ex nervis visoriis attenuatus, alter plenus; visus autem erat imbecillis in oculo, ad quem nervus attenuatus ferebatur; habuit enim vulnus in capite circa eandem partem: nervus autem extenuatus non ad oppositam partem procedebat, sed ad eandum reflectebatur. Visum hoc est Pisis anno* 1590. *Unde omnes spectatores argumentum id certum existimaverunt, nervos visorios nequaquam se intersecare, sed coire et regredi ad eandem partem.*

7. *Vesalius* berichtet über die Secirung der Gehirnes- und der Sehnerven einer Frau im *L. IV. Cap.* 4 *de Corporis humani fabrica: Mulier nobis obtegit, cui dexter quoque oculus ab ineunte aetate emarcuerat, sinistro interim integerrimo. Mulieri dexter nervus toto progressu longe tenuior sinistro visebatur, non solum extra calvariae cavitatem, verum in exortu quoque et in dextra congressus nervorum sede. Ac praeterquam quod dexter tenuis erat, durior quoque et rubicundior cernebatur, uti sane et in adolescente: sed dexter non admodum neque crassitie, neque mollitie adhuc sinistro cedebat.*

Die Anatomen haben in gesunden Augen bis jetzt noch keine Theilung der Fibern an der Berührungsstelle der Sehnerven am Türkensattel *(sella turcica)* bemerkt. *Vicq-d'Azyr* beobachtete, dafs, wenn man ein Menschengehirn durch Einsenken in Alkohol erhärten macht, und dann die Vereinigung der Sehnerven untersucht, die Medullarfibern der oberen und unteren Fläche direct zu

dem Auge auf derselben Seite gehen; nur der centrale Theil der vereinten Nerven enthält eine Masse, von der man nicht mit Gewifsheit sagen kann, wohin ihre Fibern gehen. *Wenzel* beobachtete dieselbe Structur der Aussenseite der Sehnerven an dieser Stelle, und bemerkte, dafs ein kleiner Theil an der inneren Seite jedes Nervs schief gegen die entgegengesetzte Seite geneigt ist, ein Durchkreuzen der Fibern konnte er aber nicht wahrnehmen. (*Wenzel de penitiori Structura Cerebri Hominis et Brutorum,*) Dieses stimmt genau mit dem überein, was in 1. und 6. angeführt wurde. *Reil* und *Haller*, die den Bau des Gehirnes mit unermüdetem Fleifse studierten, waren nicht glücklicher in diesem Puncte.

Es ist bemerkenswerth, dafs man in einigen Fällen gar keine Vereinigung der Sehnerven am Türkensattel bemerkt, indem jeder Nerv gerade zu dem Auge, auf der Seite, wo er herkam, ging, und im Sehen daraus keine Eigenthümlichkeit hervorging.

Morgagni führt an (1. B. L. 13. Art. 7), *Vesalius* habe an der Leiche eines Mannes, der stets ein sehr gutes Gesicht hatte, bemerkt, dafs die Sehnerven auf ihrem ganzen Laufe vereinzelt fortgingen. *Vesalius* sagt: — *His ille accessit, cujus nervos visorios illo, de quo hic sermo est, congressu invicem non connasci, neque sese contingere, vidimus: sed dexter nonnihil ea sede, qua calvariam agressurus fuerat, sinistrorsum et sinister nonnihil dextrorsum reflectebatur, quasi non coalitus occasione nervi congrederentur, verum ut commode per suum foramen e calvaria procederent: notissimum quum etiam hoc ductu progredientes in oculi posterioris sedis medium non inserantur. Quam sedulo autem ac sollicite ejus viri, cui in eum modum nervi dehiscebant, familiares, num illi omnia gemina perpetuo obversarentur interrogaverimus, nervorum naturae operum cognitione flagrantem ambigere sat scio;*

8 *

at nihil aliud rescissere licuit, quam ipsum de visu nunquam conquestum fuisse, visuque praestante semper valuisse, familiaresque de visorum duplicatione nihil unquam intellexisse.

Cheselden führt einen Mann an, der durch einen Schlag auf den Kopf schielend wurde, und von nun an alles doppelt sah. Nach und nach sah er die gewöhnlichen Gegenstände wieder einfach, und mit der Zeit erschienen ihm alle Objecte so, ohne daſs er zu Schielen aufhörte. Diese Thatsache beweiset, daſs die Stellen der Netzhaut die Eigenschaft, auf eine correspondirende Weise afficirt zu werden, nicht von Natur aus besitzen, sondern sie erst durch Gewohnheit erlangen. Es ist demnach nicht nöthig, den Bau des Auges so anzunehmen, wie es *Wollaston's* Theorie des Einfachsehens fordert.

Die Thatsachen, welche die vergleichende Anatomie liefert, müssen, wenn es sich um die Erklärung der Gesichtsphänomene bei Menschen handelt, sehr vorsichtig angewendet werden; denn es ist wahrscheinlich, daſs die Sehwerkzeuge eines Thieres nach dem Medium eingerichtet sind, in welchem es lebt, und daſs das Sehen auf die seiner Natur angemessenste Weise vor sich geht. Man weiſs, daſs Menschen doppelt zu sehen anfingen, wenn sie an der Iris eine Öffnung bekamen, so daſs sie gleichsam zwei Pupillen hatten. Wir besitzen bis jetzt noch keine hinreichende Kenntniſs der Gesichtsfunctionen der Species jener Fische *(Cobitis Anableps)*, deren Augen zwei Pupillen haben. Im *mustyphlus*, der *Murena caecilia* und im *Gastrobranchus coecus* ist die Cornea opak. Die Sepien haben keine Cornea und keine Wasserfeuchtigkeit, denn die Linse deckt nur eine dünne Haut. Im Maulwurf ist nach *Treviranus* die Netzhaut durch eine Ausbreitung des fünften Nervenpaares gebil-

det. *Magendie* hat bemerkt, daſs, wenn ein Vogel auf einem Auge durch Destruction der Hornhaut blind geworden ist, auch der Sehnerv am blinden Auge zerstört ist, und zwar bis zum Sehhügel der entgegengesetzten Seite hin; aber an Säugethieren konnte er nichts Ähnliches bemerken. Demnach muſs man glauben, daſs das Sehen bei verschiedenen Thieren auch auf verschiedene Weise vor sich geht.

Die Augen sind aber nicht die einzigen Sinnesorgane, die doppelt vorhanden sind, und doch dem Sensorium nur einen einfachen Eindruck zusenden; dasselbe findet ja auch bei den Gehörwerkzeugen Statt. Wir haben keinen Grund zu glauben, daſs es zwischen den zwei Bildern in den Augen und ihrem Eindruck auf das Gehirn mehr Zusammenhang gibt, als zwischen den ausgesprochenen Worten und der dadurch im Sensorium erzeugten Empfindung. Es scheint zur Erzeugung einer *einzigen* Empfindung nicht nöthig zu seyn, daſs nur ein *einziger* Eindruck auf die Sinnesorgane erfolge. *Brown* bemerkte, daſs die zwei Worte *he conquered* (er siegte) im menschlichen Geiste denselben Gedanken erregen, wie das einzige Wort *vicit*.

Demnach hat man zur Annahme der Halbdurchkreuzung der Sehnerven beim Menschen nicht Grund genug, und es sind zur Erklärung des Einfachsehens mit zwei Augen andere Gründe nöthig, als die von *Wollaston* angeführten.

2. Über den Grund des Einfach- und Aufrechtsehens.

(*Ann. of phil. Juni* 1828, *p.* 406.)

Die vorhergehende Abhandlung hatte mehr den Zweck, die Unzuläſsigkeit der von *Wollaston* und Anderen angenommenen Halbdurchkreuzung der Sehnerven

als Ursache des Einfachsehens mit zwei Augen zu widerlegen, als etwas Positives über den Grund dieser Erscheinung aufzustellen. Das letztere geschieht nun in einem Aufsatze in den *Annals of philosophy*, dessen Verfasser nur mit *L. M. S.* bezeichnet ist, und aus welchem hier das Wesentlichste mitgetheilt werden soll.

Der Verfasser schickt einige psychologische Sätze voraus, die seiner Theorie als Grundlage dienen. Das Sehen einer *einzigen* Farbe, sagt er, kann nicht das Gewahrwerden einer Figur erzeugen, weil zu letzterem eine Grenzlinie *(line of demarcation)* nothwendig ist, die nur durch das Aneinandergrenzen zweier Farben möglich wird.

Gesetzt nun, es entstehe in einem Auge das Bild des Buchstaben A. Die Bedingung der Wahrnehmbarkeit dieses Bildes ist der Abstich des schwarzen Buchstaben gegen den weifsen Grund, welcher ihn umgibt. Entsteht sein Bild an ähnlich liegenden Stellen der zwei Netzhäute, so wird jeder Punct dieses Bildes in der Seele doch nur das Bewufstseyn dieses schwarzen Punctes im Gegensatze zu einem weifsen erzeugen, und nicht das zweier schwarzer Puncte gegen zwei weifse, weil dasjenige Weifs auf der Netzhaut fehlt, das zum Bewufstwerden der Trennung der zwei A von einander nothwendig ist. Es kommen hier in beiden Augen nur vier Farben vor, und zur Wahrnehmung zweier Gegenstände werden fünf derselben erfordert. Dieses wird durch folgendes Beispiel deutlicher werden. Gesetzt, man sehe eine rothe Scheibe auf blauem Grunde. Hier gibt es einen Farbenwechsel, ohne welchen die Scheibe nicht wahrgenommen werden kann, nämlich den des äufseren Blau mit dem inneren Roth, oder zwei Farben. Soll man mit *einem* Auge zwei solche Scheiben wahrnehmen, so braucht es fünf auf einander folgende Farben; es

mufs der Eindruck des blauen Grundes an zwei verschiedenen Stellen der Netzhaut wiederholt werden, die Scheibe selbst zwei Mal erscheinen, und zwischen beiden wieder der Grund sichtbar werden. Verschwindet dieser Grund zwischen beiden Scheiben, so fallen die rothen Puncte auf einander, können sich wohl verstärken und eine intensivere Färbung erzeugen, aber kein doppeltes Bild gewähren. Entsteht das Bild *einer* Scheibe auf der Netzhaut beider Augen an gleich liegenden Stellen, so hat man nur die Empfindung von vier Farbenstellen, nämlich in jedem Auge die Scheibe und die Umgebung; es fehlt aber die fünfte, nämlich der horizontale Abstand der beiden Scheiben von einander; dieses Abstandes wird man sich demnach nicht bewufst, er existirt für die Seele gar nicht, und die Scheiben fallen über einander. Fallen die zwei Bilder an nicht correspondirende Stellen der Netzhaut, so gibt es einen Grund für ihre Entfernung von einander. Diese gleicht der Gröfse des Bogens von einem Puncte des Bildes auf der Netzhaut bis zu dem, demselben Bilde im anderen Auge entsprechenden; denn innerhalb dieses Bogens erscheint ein Übermafs von Blau, und gibt gleichsam die fünfte Farbenstelle ab. Man kann sich dieses auf folgende Weise versinnlichen: Man nehme zwei kleine, vollkommen gleiche und gleich bezeichnete Erdglobos. Stellt man beide auf denselben Breiten- und Längengrad, so erscheinen die auf einmal sichtbaren Stellen vollkommen gleich; dreht man beide um einige Grade von West gegen Ost, so bietet sich dem Auge dieselbe Gleichheit dar; läfst man aber den einen ungeändert in seiner Lage, während der andere um einige Grade nach West gedreht wird, so erscheint an der Ostseite dieses ein neuer Erdstrich, dessen anders gestaltete Umrisse die Einförmigkeit der Zeichnung auf beiden Globen aufheben.

In Betreff des Aufrechtsehens sagt der Verfasser nichts Neues, sondern hebt nur den Umstand hervor, dafs alle Bilder im Auge in derselben relativen Lage zu einander erscheinen, in welcher sie sich wirklich befinden, mithin auch in der natürlichen Lage gesehen werden müssen. Die Bilder im Auge erscheinen allerdings gegen ihre Objecte verkehrt, allein wir vergleichen nicht die Lage der Bilder mit der der Objecte, sondern nur die der Bilder unter einander.

3. Über die Einrichtung grofser achromatischer Fernröhre. Von *Rogers*.

(Ebendaselbst, p. 455.)

Rogers hat der *Astronomical society* in London am 11. April dieses Jahres eine Abhandlung vorgelesen, worin er von einer Einrichtung grofser achromatischer Fernröhre handelt, bei welcher man mit kleinen Flintglasstücken dasselbe leistet, wozu bei der gewöhnlichen Construction derselben viel gröfsere erfordert werden. Der Leser dieser Zeitschrift kennt bereits schon aus einer vortrefflichen Abhandlung unseres hochgeachteten *Littrow* ein Mittel, denselben Zweck zu erreichen, worin zugleich die zur practischen Ausführung nöthigen Rechnungen vorkommen. Dieses Mittel besteht darin, dafs man die zwei Bestandlinsen eines achromatischen Objectives, statt sie, wie es gewöhulich geschieht, fast bis zur Berührung einander zu nähern, in eine gewisse Entfernung von einander bringt. *Rogers* erreicht denselben Zweck auf eine andere sehr sinnreiche Weise. Er läfst das Objectivglas blofs aus einer einfachen Spiegelglas- oder Crownglaslinse bestehen, und corrigirt die chromatische Abweichung desselben durch eine Doppellinse, die aus einer convexen Crownglaslinse und aus einer concaven Flintglaslinse besteht, und zwischen dem Ob-

jectivglase und dem Brennpuncte desselben angebracht wird. Die Einrichtung dieser Linse mufs so beschaffen seyn, dafs sie auf die Strahlen von mittlerer Brechbarkeit wie ein Planglas wirkt, d. h. sie nahe ungebrochen durchläfst. Bei dieser Construction wird die Doppellinse auf die violetten Strahlen wie ein Concavglas, auf die rothen wie ein Convexglas wirken, und daher die Brennweite der violetten Strahlen verlängern, die der rothen hingegen verkürzen, mithin gerade das bewirken, was zur Erzeugung des Achromatismus nothwendig ist. Diese Einrichtung hat aufserdem, dafs man mit einer kleinen Flintglaslinse ausreicht, um ein grofses Objectiv von Crownglas zu achromatisiren, den Vortheil, dafs man in der Ausübung leicht den Achromatismus vollkommen erreichen kann, indem man die Hülfslinsen vorläufig nahe so einrichtet, wie es die Rechnung angibt. Wird ihr Achromatismus nicht vollkommen genug befunden, so braucht man sie nicht umzuschleifen, wie es bei der gewöhnlichen Einrichtung achromatischer Linsen nothwendig ist, sondern nur sie der Objectivlinse etwas zu nähern oder von ihr zu entfernen, welches durch eine Schraubenvorrichtung leicht erreicht werden kann. Selbst die Aufhebung der sphärischen Abweichung wird dadurch möglich, dafs man die Bestandtheile der Correctionslinse etwas von einander entfernt, oder sie einander nähert. *Rogers* gibt auch die Brennweiten eines Theils dieser Linse an. Nach ihm verhält sich die Focallänge eines Theils der Correctionslinse zu der des Objectivglases, wie das Product aus der Öffnung dieser Linse in den Unterschied zwischen dem Zerstreuungsverhältnifs des Crown- und Flintglases zum Producte aus der Öffnung der Objectivlinse in das Zerstreuungsverhältnifs des Crownglases. Soll eine Objectivlinse von 9 Zoll Öffnung und 14 F. Brennweite durch eine Flintglasscheibe

von 3 Z. Durchmesser achromatisirt werden, so braucht ein Theil der Correctionslinse eine Brennweite von 9 Z. *Rogers* bemerkt auch, daſs es nicht unerläſslich sey, die Correctionslinse wie ein Planglas einzurichten; es reicht auch hin, sie so zu construiren, daſs sie für die rothen Strahlen eine kürzere Brennweite hat, als für die violetten.

C. Meteorologie.

1. Über die täglichen Variationen des Barometerstandes zu Paris. Von *Bouvard*.

(Edinb. journ. of Scien. N. XVII. p. 72.)

Bouvard hat die meteorologischen Beobachtungen, welche seit vielen Jahren am k. Observatorium zu Paris angestellt werden, zum Behuf der Ausmittelung der täglichen Variationen des Barometerstandes näher untersucht, und ist dabei zu Resultaten gelangt, welche einer allgemeinen Verbreitung im höchsten Grade werth sind. *Brewster*, der das hierüber verfaſste Mémoire von *Bouvard* selbst erhielt, theilt in seinem Journale einen Auszug desselben mit, welcher das Wesentlichste der ganzen Arbeit, und insbesondere die daraus sich ergebenden Resultate enthält. Dieser Auszug soll hier mitgetheilt werden.

Es ist seit Langem bekannt, sagt *Bouvard*, daſs der Barometerstand in unserem Clima sowohl als am Äquator einer täglichen Variation unterliegt, die bemerkt wird, wenn man eine hinreichende Anzahl von Beobachtungen mit einander verbindet, und dadurch die von zufälligen Störungen herrührenden Wirkungen ihres Einflusses beraubt. Ein einziger Monat ist schon hinreichend, zu zeigen, daſs der Barometer seine gröſste Höhe um 9 U. v. M. erlangt, und dann bis 3 U. n. M.

fällt. Von dieser Epoche an steigt er wieder, erreicht sein zweites Maximum um 9 U. Abends, und fällt abermals, um den folgenden Tag dasselbe Phänomen zu zeigen. Der Unterschied zwischen der gröfsten Höhe um 9 U., und der kleinsten um 3 U. n. M. mifst die Gröfse dieser atmosphärischen Fluth am Beobachtungsorte *). Um aber diesen Werth zu erhalten, sind vieljährige Beobachtungen nothwendig. Das allgemeine Resultat aller dieser Beobachtungen, auf die Temperatur von 0° C. reducirt, ist folgendes:

Monat.	Mittlerer Barometerstand aus eilf Jahren in Millimetern.				
	9 U. v. M.	3 U. n. M.	9 U. n. M.	Erste Periode.	Zweite Periode.
Jänner . . .	758.106	757.429	757.690	0.677	0.261
Februar . .	758.165	757.236	757.557	0.929	0.321
März	756.203	755.406	755.823	0.797	0.500
April	755.253	754.243	754.780	1.010	0.537
Mai	755.253	754.440	754.786	0.813	0.346
Juni	757.307	756.600	756.875	0.707	0.275
Juli	756.554	755.817	756.140	0.737	0.323
August . . .	756.807	755.953	756.271	0.854	0.318
September .	756.773	755.972	756.432	0.801	0.460
October . .	754.772	754.021	754.522	0.751	0.501
November .	755.822	755.277	755.660	0.545	0.383
December .	755.152	754.703	754.950	0.449	0.247
Mittelwerth	756.347	755.591	755.950	0.756	0.373

Diese Tabelle enthält die Resultate der Beobachtungen vom Jahre 1816 — 1826. Man ersieht daraus die

*) Bei dieser Reduction folgte *Bouvard Ramond's* Beispiele, und corrigirte die mittlere Barometerhöhe jedes Monats nach dem mittleren Thermometerstande desselben Monats. Diese Methode ist viel weniger mühsam (aber auch in demselben Mafse weniger genau. *B.*).

Differenzen der Höhen des Barometers zu verschiedenen Stunden, und kann abnehmen, was schon *Ramond* bemerkt hatte, daſs es nicht gleichgültig ist, zu welcher Stunde man beobachtet, wenn man den mittleren Barometerstand eines Ortes kennen lernen will. Nach dieser Tabelle tritt der höchste Barometerstand eines Jahres im Jänner, und der geringste im April und October ein. Der Unterschied zwischen der gröſsten und kleinsten Höhe beträgt 3.39 Millim., eine Gröſse, die anzeigt, daſs die Unsicherheit der mittleren absoluten Höhe des Barometers zu Paris sich auf 0.15 Mill. belaufen kann. Man sieht auch aus obiger Tabelle, daſs die Gröſse der täglichen Variation des Barometers nicht für jeden Monat gleich ist. Sie scheint mit der Barometerhöhe in keiner Verbindung zu stehen, weil ihr Werth derselbe bleibt, während das Barometer von der gröſsten Höhe zur kleinsten übergeht. Untersucht man aber die Resultate der Beobachtungen von 132 Monaten, so findet man, was *Laplace* schon durch Rechnung aus den ihm von *Bouv.* mitgetheilten Beobachtungen kennen gelernt hat, daſs die mittlere tägliche Variation von 9 U. v. M. bis 3 U. n. M. im November, December und Jänner regelmäſsig kleiner ist, als in den Monaten Februar, März und April. Die mittlere Variation betrug in eilf Jahren 0.557 Millim. für die drei ersten, und 0.940 Millim. für die drei letzten Monate. Das Mittel aus den ersten sechs Monaten war 0.748 Millim., mithin nahe so viel, als die mittlere tägliche Variation von eilf vollen Jahren. Die anderen sechs Monate bieten nichts der Art dar, doch zeigt es sich, daſs 0.752 Mill. die mittlere tägliche Variation der Monate Mai, Juni, Juli, und 0.802 Mill. die der Monate August, September und October sey; die mittlere aller sechs Monate beträgt 0.777 Mill. Es muſs also eine bis jetzt noch unbekannte Ursache die tägliche

Variation in den Monaten Februar, März, April erhöht, die des Novembers, Decembers und Jänners vermindert, die der anderen sechs Monate aber unverändert gelassen haben. In der täglichen Variation, die zwischen 3 U. n. M. und 9 U. n. M. Statt hat, sucht man vergebens ein Phänomen, dem ähnlich, das die Variation zwischen 9 U. v. M. und 3 U. n. M. characterisirt. Der Werth dieser Variation ändert sich in einem Jahre nicht um 0.3 Mill. Zur Bestimmung des Werthes der Periode von 9 U. n. M. bis 3 U. v. M., und von 3 U. v. M. bis 9 U. n. M. sind die Beobachtungen nicht zahlreich genug. Vom Jahre 1815 bis 1826 inclusive hat man 495 derselben, welche zu diesem Ende gebraucht werden können, und diese gaben folgende Resultate:

Jahre.	Periode von 4 U. bis 9 U.	Periode von 9 U. bis 3 U.
1816	0.475 Mill.	— 0.085 Mill.
1817	0.364 »	+ 0.232 »
1818	0.522 »	— 0.075 »
1819	0.287 »	+ 0.129 »
1820	0.388 »	— 0.383 »
1821	0.459 »	— 0.195 »
1822	0.437 »	+ 0.163 »
1823	0.388 »	+ 0.005 »
1824	0.505 »	— 0.023 »
1825	0.438 »	+ 0.358 »
1826	0.507 »	— 0.032 »
Mittelwerth.	0.434 Mill.	— 0.008 Mill.

Die Periode von 4 U. v. M. bis 9 U. v. M. ist da klar ausgesprochen, nicht so aber die von 9 U. n. M. bis

4 U. v. M. *Bouvard* meint, diese Ungewißheit rühre davon her, daß das Maximum am Abend und das Minimum am Morgen nicht um 9 Uhr Statt finden.

Brewster, von dem dieser Auszug aus *Bouvard's* Mémoire herrührt, liefert nun eine Tafel, welche die Größe der täglichen Variation des Luftdruckes angibt, und aus der man ersieht, daß diese vom Äquator gegen die Pole hin abnimmt. Hier folgt sie:

Beobachtungsort.	Breite.	Höhe in Toisen	Beobachtete Variation.	Beobachter oder Berichterstatter.
St. Thomas .	0° 24′ N.	—	1.85 Mill.	—
—	23° N.— 12° S.	1500	2.55 »	*Humboldt* und *Bonp.*
Quito	0°	1492	2.82 »	*La Condamine*
Payti	5°	—	3.40 »	*Duperrey.*
St. Fe di Bogota	4° 35′ N.	1366	2.39 »	*Boussingault.*
Guayra . . .	10° 36′ N.	—	2.44 »	—
Sierra Leone	8° 29′ N.	—	1.82 »	*Daniell.*
Trinidad . . .	10° 39′ N.	—	1.57 »	*Daniell.*
Jamaica . . .	17° 56′ N.	—	1.45 »	*Daniell.*
Rio Janeiro .	22° 54′ S.	—	2.34 »	*Freycinet* und *Dorta.*
Canar. Insel .	28° 8′ N.	—	1.10 »	*v. Buch.*
Cairo	30° 3′ N.	—	1.20 »	*Loutelle.*
Rom	41° 54′ N.	—	0.70 »	—
Marseille . .	43° 18′ N.	—	0.72 »	*Gambard.*
Toulouse . .	43° 34′ N.	—	0.20 »	*Marqué* und *Victor.*
Camberry . .	45° 34′ N.	137	1.00 »	*Billet.*
Clermont und Ferrand . .	45° 46′ N.	210	0.94 »	*Ramond.*
Straßburg . .	48° 34′ N.	—	0.80 »	*Herrenschneider.*
Paris	48° 50′ N.	—	0.76 »	*Bouvard.*
La Capelle .	49° 55′ N.	—	0.36 »	*Nell de Breauté.*
London . . .	51° 31′ N.	—	0.38 »	*Daniell.*
Königsberg .	54° 42′ N.	—	0.20 »	*Bessel* u. *Sommer.*
—	74° 0′ N.	—	0.00 »	*Parry.*

2. Tägliche Änderung des Thermometerstandes. Von *Schow* in Kopenhagen.

(Edinb. phil. journ. N. 9, p. 186.)

Die mittlere tägliche Variation der Luftwärme ist zu jeder Stunde gleich. Dieses beweisen die zu Leith, die zu Padua von *Chiminello*, die von Apinrade von Dr. *Neuber*, und die zu Rio Janeiro von *Dorta* angestellten Beobachtungen. Nach diesem jährlichen Durchschnitte ist die kälteste Tagesstunde in Europa die fünfte des Morgens. Die gröſste Wärme tritt nach den Beobachtungen zu Leith um 3 U. Nachmittag, nach denen zu Padua um 2 U. Nachmittag ein. Der Gang der Wärme wird nahe am Maximum und am Minimum derselben unterbrochen, und zwar wächst sie am schnellsten einige Stunden nach dem Minimum, und fällt am stärksten einige Stunden nach dem Maximum. Sie wächst 9 — 10 Stunden lang, und fällt durch 14 — 15 Stunden. Die gröſste tägliche Veränderung der Temperatur beträgt in Europa nahe 13 F. (?). Zu Padua findet die mittlere Tagestemperatur um 8 U. 4 Min. v. M., und um 7 U. 52 Min. n. M., zu Leith um 9 U. 13 Min. v. M., und um 8 U. 27 Min. n. M. Statt. Die gröſste tägliche Variation tritt in Europa im Juli, die kleinste im December ein.

3. Regen zu Bombay.

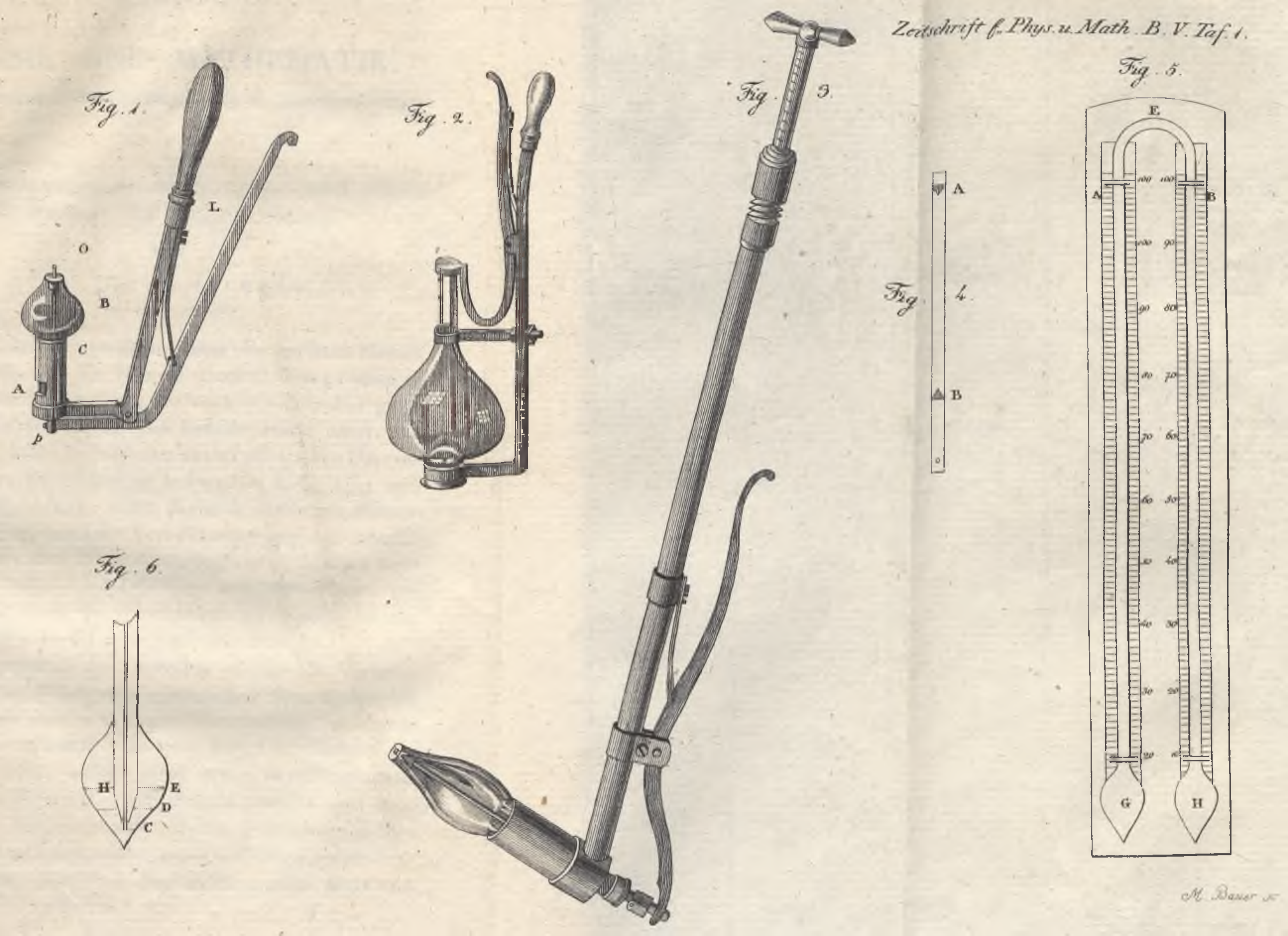
(Ebend. N. 7, p. 182.)

In einem Briefe des jüngeren *Scott* von Bombay heiſst es, daſs daselbst während den ersten zwölf Tagen der Regenzeit 32 engl. Z. Regen gefallen sey, und alle Strassen in Bäche verwandelt wurden. In England beträgt die in einem ganzen Jahre gefallene Regenmenge nicht mehr als die zu Bombay innerhalb zwölf Tagen.

Bemerkung zum Aufsatz I.

Hr. Apotheker *Köhler*, vormals in Eger, nun bei Mies in Böhmen lebend, gab mir nachträglich die Bewilligung, ihn als Übersender des, von mir untersuchten, Meteoreisens zu nennen, und bestätigte wiederholt, daſs dieses wirklich ein Theil des früher in Ellenbogen befindlichen verwünschten Burggrafen sey.

Dr. von *Holger*.


Fig. 1.
L
O
B
C
A
p
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
A
B
0
Fig. 5.
E
A
B
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
G
H
Fig. 6
H
E
D
C
M. Bauer sc.